Die Helligkeit des Erdschattens auf dem verfinsterten Mond in der Nähe der Schattengrenze.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät der Universität Basel

von

Maxime de Saussure

von Genf.

Basel
Buchdruckerei Emil Birkhäuser & Cie.
1931

Die Helligkeit des Erdschattens auf dem verfinsterten Mond in der Nähe der Schattengrenze.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung
der philosophischen Fakultät der Universität Basel

von

Maxime de Saussure

von Genf.

Basel
Buchdruckerei Emil Birkhäuser & Cie.
1931

Genehmigt von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. Th. Niethammer und W. Matthies.

Basel, den 20. Oktober 1931.

W. Matthies, Dekan.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Gleichzeitig erschienen in den
Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel,
Band XLII.

Die Helligkeit des Erdschattens auf dem verfinsterten Mond in der Nähe der Schattengrenze.

Mit 4 Textfiguren.

Von

Maxime de Saussure.

Einleitung.

Als Kernschatten der Erde wird oft derjenige Teil des Schattenraumes definiert, in welchen kein Sonnenlicht gelangen würde, wenn die Erde keine Atmosphäre hätte. Diese Voraussetzung gestattet, den Radius des Kernschattens auf Grund einer rein geometrischen Beziehung zu berechnen. Ist δ_k der scheinbare Radius des Kernschattens, d. h. der Winkel, unter welchem von der Erde aus der lineare Radius des Kernschattens in der Entfernung des Mondes gesehen wird, $R_\odot$ der scheinbare Sonnenradius, $\pi_\mathbb{C}$ und $\pi_\odot$ die Parallaxen des Mondes und der Sonne, so besteht die Beziehung

$$\delta_k = \pi_\mathbb{C} + \pi_\odot - R_\odot .$$

In Wirklichkeit haben wir es nicht mit einem geometrischen, sondern mit einem physikalischen Problem zu tun. Zunächst ist zu berücksichtigen, dass die Sonnenstrahlen beim Durchgang durch die Erdatmosphäre gegen die Symmetrielinie des Schattenraumes, d. i. die Gerade, die durch Sonnen- und Erdzentrum geht, hin abgelenkt werden. Es existiert auch jetzt noch ein Teil des Schattenraumes, in welchen kein direktes Sonnenlicht gelangt; man wird ihn passenderweise als „Kernschatten" bezeichnen. Seine Spitze reicht aber nicht mehr bis zur Mondbahn, und der Mond tritt bei einer Finsternis nur noch in den als „Halbschatten" zu bezeichnenden Teil des Schattenraumes ein. Trotzdem ist eine ziemlich deutliche Schattengrenze vorhanden; ihr scheinbarer Radius beträgt

rund 2 Prozent mehr als der nach obiger Beziehung berechnete scheinbare Radius δ_k des geometrischen Kernschattens. Diese annähernde Übereinstimmung ist als zufällige Erscheinung zu betrachten.

Will man die wirklichen Lichtverhältnisse, die unter der Einwirkung der Erdatmosphäre entstehen, darstellen, so muss man nicht nur die Refraktion, sondern auch die als Extinktion bezeichnete Schwächung, welche die Sonnenstrahlen beim Durchgang durch die Erdatmosphäre erleiden, berücksichtigen; die Schwächung in den untersten Luftschichten ist so gross, dass die Intensität der Strahlung auf einen kleinen Bruchteil herabgesetzt wird, auch wenn keine Wolkendecke vorhanden ist.

Sowohl Refraktion als Extinktion sind von der Wellenlänge des Lichtes abhängig. Die Abhängigkeit der Refraktion von der Wellenlänge, d. h. die Dispersion, ist nur von geringer Bedeutung. Anders verhält es sich mit der Extinktion, die sich zusammensetzt aus der Schwächung, welche das Licht durch die Zerstreuung (Diffusion) und der Schwächung, die es durch Absorption erleidet; sowohl Diffusion als Absorption ändern sich stark mit der Wellenlänge.

Die von der Sonne ausgehenden und zu einer bestimmten Stelle des verfinsterten Mondes gelangenden Strahlen durchziehen die Erdatmosphäre in ganz verschiedenen Höhen. Um die Brechung und die Schwächung der Intensität in grösseren Höhen zu berechnen ist man genötigt, mehr oder weniger zutreffende Annahmen über die Konstitution der Atmosphäre zu machen. Aus diesem Grunde sind alle Berechnungen der Lichtintensität im Erdschatten mit einer gewissen Unsicherheit behaftet.

Der erste Versuch, die scheinbare Vergrösserung des Erdschattens physikalisch zu erklären, stammt von Seeliger. In einer ersten Abhandlung[1]) weist er nach, dass selbst dann, wenn die Erdatmosphäre bis zu einer Höhe von 36½ km völlig undurchsichtig sei, der Radius des Kernschattens nicht grösser erscheinen würde, als wenn gar keine Atmosphäre vorhanden wäre; er sucht die Vergrösserung auf den Umstand zurückzuführen, dass die Grenze des Kernschattens der Beobachtung überhaupt nicht zugänglich sei, weil der mehr oder weniger dunkle Schatten ganz allmählich in die volle Beleuchtung übergehe. Die Kurve, welche die Helligkeit als Funktion

[1]) Vierteljahrsschrift der Astr. Ges., 27. Jahrg., S. 186—206.

von der Entfernung von der Kernschattengrenze darstellt, verlaufe überall stetig. Man müsse deshalb annehmen, dass das Auge die Schattengrenze nach aussen an eine Stelle des Halbschattens verlege, worauf übrigens schon LAMBERT hingewiesen hat[1]), und dass letzten Endes die Erklärung für die Vergrösserung des Schattenradius in physiologischen Ursachen zu suchen sei. In einer zweiten Abhandlung[2]) stellt SEELIGER seine Auffassung des Problems rechnerisch dar. Er vernachlässigt die Abhängigkeit der Refraktion und Extinktion von der Wellenlänge und beschränkt sich darauf, den Helligkeitsverlauf für den gelben Teil des Spektrums, für welchen das Auge die grösste Empfindlichkeit hat, zu berechnen. Zur Ermittlung der Extinktion geht er von der LAPLACE'schen Formel aus, wonach die von den Lichtstrahlen durchsetzte Luftmasse $F(z)$, bei der Zenitdistanz z mit der Refraktion r in der einfachen Beziehung steht:

$$F(z) = \text{const. } r \text{ cosec } z.$$

Die Beträge der Refraktion berechnet er auf Grund der IVORY'schen Hypothese; diese bedient sich zur Darstellung derAbnahme der Temperatur mit der Höhe einer Exponentialfunktion, die so angesetzt wird, dass die Temperaturabnahme in den untersten Schichten der Atmosphäre sehr nahe mit den tatsächlich vorhandenen übereinstimmt. Innerhalb dieser Annahmen ist die SEELIGER'sche Rechnung streng; sie berücksichtigt insbesondere auch die Abnahme der Sonnenhelligkeit von der Mitte nach dem Rande. SEELIGER erhält einen stetigen Verlauf der Helligkeit; es ist nicht möglich, die Schattengrenze mit Sicherheit an eine bestimmte Stelle der Entfernung von der Schattenaxe zu legen. Es zeigt sich nur, dass ungefähr an der Stelle, wo tatsächlich die Schattengrenze gesehen wird, die Differenzen des Logarithmus der Helligkeit ein Maximum durchlaufen. Um zu untersuchen, ob diese Helligkeitsverteilung das Auge an einer bestimmten Stelle eine Schattengrenze sehen lässt, wird eine Scheibe der berechneten Helligkeit entsprechend abgetönt; es zeigt sich dann, dass in der Nähe der Stelle, die dem Maximum der Differenzen des Helligkeitslogarithmus entspricht, tatsächlich eine mehr oder weniger deutliche Schattengrenze gesehen wird.

---

[1]) Photometria, S. 1243.

[2]) Die scheinbare Vergrösserung des Erdschattens bei Mondfinsternissen. (Abh. der bayr. Akad. d. Wiss. II. Cl. 19. Bd. 2. Abt. 1896.)

Schon bevor SEELIGER seine zweite Abhandlung veröffentlicht hatte, wurde das Problem auch durch v. HEPPERGER[1]) behandelt. HEPPERGER sieht davon ab, die Randverdunkelung der Sonnenscheibe zu berücksichtigen. Die Refraktionen berechnet er, indem er, von der BESSEL'schen Theorie ausgehend, die Abhängigkeit der brechenden Kraft $\mu^2 - 1$ von der Höhe h in der Form

$$\mu^2 - 1 = c_0 \, e^{-c_1 h}$$

ansetzt, und die Schwächung des Lichts leitet er aus den von MÜLLER ermittelten Extinktionskoeffizienten ab. Das den Helligkeitsverlauf darstellende Integral wird durch numerische Quadratur ausgewertet. HEPPERGER erhält wie SEELIGER einen stetigen Verlauf der Helligkeit. HEPPERGER spricht sich über die Ursache der Schattengrenze nicht sehr deutlich aus; er neigt aber dazu, die Schattengrenze „doch als eine physiologische Erscheinung zu betrachten, indem bei einer gewissen Helligkeit eine relativ geringe Änderung genügt, um einen wesentlich verschiedenen Eindruck auf das Auge zu machen" (Seite 30 seiner Abhandlung, Sonderabdruck).

In neuerer Zeit hat sich H. MEYER-BÜHRER[2]) ebenfalls mit dem Problem beschäftigt. Er vernachlässigt, wie HEPPERGER, die Randverdunkelung der Sonne; seine Refraktionswerte sind nahe identisch mit den HEPPERGER'schen Werten; er verwendet ferner die von HEPPERGER berechneten Transmissionskoeffizienten. MEYER geht somit im wesentlichen von denselben Annahmen aus, wie HEPPERGER; er berechnet die Helligkeit in einzelnen Punkten als Summe von Elementarlichtmengen, deren Intensitäten mit Hilfe einer passend gewählten Zerlegung des Schattenraumes bestimmt wird. Er berechnet ferner den Helligkeitsverlauf nicht für den Fall einer mittleren Entfernung des Mondes von der Erde, sondern getrennt für die beiden Fälle, dass sich der Mond im Apogäum und Perigäum befindet. Die Helligkeitskurve verläuft, wie bei den früheren Autoren, stetig. Was die Schattengrenze anbetrifft, so kommt MEYER zu dem Ergebnis, dass sie dem Halbschatten der Erdkugel mit den untersten 7,5 km Lufthülle entspreche (Seite 229 in seiner Abhandlung).

[1]) Über die Helligkeit der verfinsterten Mondes usw. (Sitz.-Ber. Wiener Akad., math.-naturw. Kl., Bd. 54, Abt. IIa, 1895.)

[2]) Die Lufthülle der Erde und die Mondfinsternisse. (Mitteil. der Thurgauer Naturforschenden Gesellschaft, 1924.)

In allen erwähnten Arbeiten wird der Verlauf der Helligkeit im komplexen Licht bzw. *in einer bestimmten Wellenlänge*, welche etwa dem Maximum der Augenempfindlichkeit entspricht, berechnet, und zwar unter der Voraussetzung, dass die Atmosphäre in allen Höhen die *gleiche stoffliche* Zusammensetzung habe. Es ist eine Folge dieser Voraussetzung und der Einschränkung auf *eine* Wellenlänge, dass die Lichtverhältnisse nur in pauschaler Weise dargestellt werden und dass der Helligkeitsverlauf einen stetigen Charakter annimmt. Um eine tiefere Einsicht in das Problem zu erlangen (u. a. auch, um der wahren Ursache der Schattengrenze nachzugehen) stellen wir uns in der vorliegenden Arbeit die Aufgabe, den Helligkeitsverlauf bei *verschiedenen Wellenlängen* in der Nähe der Schattengrenze zu ermitteln; dadurch gewinnen wir die Möglichkeit, einerseits zu berücksichtigen, dass die Extinktion sich mit der Wellenlänge ändert, und andererseits dem Umstand Rechnung zu tragen, dass nach unseren heutigen Kenntnissen die Atmosphäre in verschiedenen Höhen gewisse Besonderheiten der stofflichen Zusammensetzung zeigt. Wir erinnern an den *Wasserdampf* der unteren Atmosphärenschichten und an den *Ozon*gehalt in ca. 50 km Höhe; diese beiden Bestandteile beeinflussen in merklicher Weise die Absorption der Atmosphäre auf einem grösseren Wellenbereich.

I. Abschnitt.

Die mathematischen Grundlagen der Rechnung.

Die Lichtmenge dQ_λ, die ein Flächenelement $d\varphi$ der Mondoberfläche von einem leuchtenden Flächenelement df der Sonnenoberfläche erhält, ist proportional der Öffnung eines

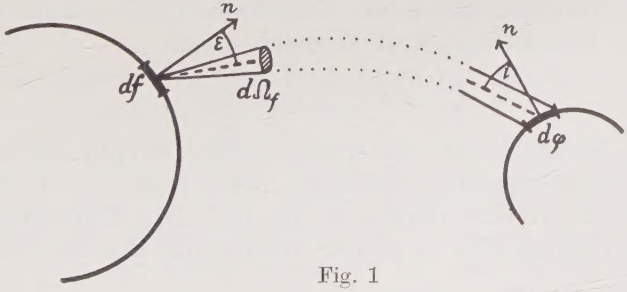

Fig. 1

unendlich kleinen Kegels, dessen Spitze in df liegt und dessen Mantel das Element $d\varphi$ gerade umfasst; die Öffnung dieses Kegels sei $d\Omega_f$. Ist J_λ die Leuchtkraft des Elementes df im

Wellenbereich λ bis $\lambda + d\lambda$, ε der Emanationswinkel und A_λ der Transmissionskoeffizient, d. h. das Verhältnis, in welchem die von df ausgehende Lichtenergie zu der in $d\varphi$ ankommenden steht, so wird dQ_λ gegeben durch den folgenden Ausdruck:

$$dQ_\lambda = J_\lambda A_\lambda df \cos \varepsilon \, d\Omega_f . \tag{1}$$

Verfolgt man den Strahlengang rückwärts von $d\varphi$ aus, und ist $d\Omega_\varphi$ die Öffnung des von $d\varphi$ ausgehenden Kegels, der das leuchtende Element gerade umfasst, so wird, wenn h_λ die scheinbare Helligkeit des von $d\varphi$ aus betrachteten Elementes df ist, dQ_λ auch gleich

$$dQ_\lambda = h_\lambda \, d\Omega_\varphi . \tag{2}$$

Die Vergleichung der beiden Ausdrücke für dQ_λ ergibt, wenn $df \cos \varepsilon = df_0$ gesetzt wird:

$$h_\lambda = J_\lambda A_\lambda \frac{df_0}{d\Omega_\varphi} d\Omega_f . \tag{3}$$

In der in der Einleitung zitierten Arbeit zeigt SEELIGER, dass zwischen den Elementen df_0 und $d\varphi_0 = d\varphi \cos i$, wo i der Inzidenzwinkel ist, einerseits und den Raumwinkeln $d\Omega_f$ und $d\Omega_\varphi$ andrerseits die Beziehung besteht:

$$\frac{df_0}{d\Omega_\varphi} = \frac{d\varphi_0}{d\Omega_f}$$

sie erlaubt, in Verbindung mit (3) den Ausdruck (2) in die folgende Form überzuführen:

$$dQ_\lambda = J_\lambda A_\lambda \, d\varphi_0 \, d\Omega_\varphi . \tag{4}$$

Die von der gesamten Sonnenoberfläche nach $d\varphi_0$ gelangende Lichtmenge wird hiernach gleich

$$Q_\lambda = d\varphi_0 \int J_\lambda A_\lambda \, d\Omega_\varphi .$$

Das Element $d\Omega_\varphi$ des Raumwinkels ist vom Strahlengang in der Erdatmosphäre abhängig; führt man als unabhängige Variable ein 1. eine Grösse x, die mit dem Erdradius a und dem Brechungsindex μ in der Meereshöhe h in der Beziehung steht

$$x = \mu(a + h)$$

und 2. den Winkel ω, den die Ebene des von df nach $d\varphi$ gelangenden Lichtstrahles mit einer festen Ebene bildet, so wird

$$d\Omega_\varphi = \frac{x\,dx\,d\omega}{l^2} \sec i_0 ,$$

worin l die Entfernung des Elementes $d\varphi$ vom Erdmittelpunkt bezeichnet und i_0 den Winkel, den die Strahlenrichtung in $d\varphi$ mit l bildet. Nimmt man das Element $d\varphi$ senkrecht auf der Richtung von l an, so wird $i = i_0$ und man erhält den einfacheren Ausdruck[1])

$$dQ_\lambda = J_\lambda A_\lambda \, d\varphi \frac{x dx \, d\omega}{l^2} .$$

Statt dieses strengen Ausdrucks benützen wir als Grundlage der numerischen Rechnungen einen Näherungsausdruck. Setzt man $\mu = 1$ und führt statt x die Variable ein:

$$\sin \psi = \frac{a + h}{l} ,$$

so erhält man einen Näherungswert dQ_λ', der gegeben wird durch die Beziehung

$$dQ_\lambda' = J_\lambda A_\lambda \, d\varphi \sin \psi \cos \psi \, d\psi \, d\omega . \qquad (6)$$

Der Fehler dieses Näherungswertes, ausgedrückt in Bruchteilen von dQ_λ', ist nachstehend für verschiedene Werte von h angegeben:

Tabelle 1.

h in km	μ ($\lambda = 5500$)	$\frac{dQ - dQ'}{dQ'}$
5	1,000170	0,00029
10	1,000099	0,00016
15	1,000058	0,00008
20	1,000033	0,00002

In die Berechnung von dQ_λ' gehen nur Werte von μ ein, die sich auf Schichten von grösserer Höhe als 5 km beziehen; die obige Tabelle zeigt, dass somit der Fehler kleiner als 0,3 Promille bleibt. Fehler dieser Grössenordnung sind aber ohne Bedeutung; denn es sind andere Fehlerquellen vorhanden, welche von der Grössenordnung von 1 Prozent sind. Da der Winkel ψ von der Ordnung arc 1^0 ist, darf in (6) überdies $\sin \psi = \psi$ und $\cos \psi = 1$ gesetzt werden. Wir legen somit unseren Rechnungen die einfache Formel

[1]) Siehe Seeliger, Die scheinbare Vergrösserung des Erdschattens... S. 29.

$$dQ_\lambda = d\varphi\, J_\lambda\, A_\lambda\, \psi\, d\psi\, d\omega \tag{7}$$

zugrunde. Hierin führen wir an Stelle des unendlich kleinen Raumwinkels $\psi\, d\psi\, d\omega$ einen Raumwinkel von endlicher Öffnung ein, der einerseits begrenzt wird von zwei Kegelflächen der Öffnungen ψ und $\psi + \Delta\psi$ und andererseits von zwei Ebenen, die sich unter dem Winkel $\Delta\omega$ schneiden. Bezeichnen wir mit ψ_m einen Mittelwert von ψ im Intervall ψ bis $\psi + \Delta\psi$, und verstehen wir unter J_λ und A_λ ebenfalls Mittelwerte, so wird die Lichtmenge ΔQ_λ, welche das Flächenelement $d\varphi$ erhält, gleich

$$\Delta Q_\lambda = d\varphi\, J_\lambda\, A_\lambda\, \psi_m\, \Delta\psi\, \Delta\omega\,. \tag{8}$$

Um die Grenzen zu bestimmen, bis zu welchen ΔQ_λ zu summieren ist, um die von der gesamten Sonnenoberfläche eingestrahlte Lichtmenge Q_λ zu erhalten, legen wir um $d\varphi$ eine Kugel vom Radius 1. Als feste Ebene, von der aus der Azimutwinkel ω_m gezählt wird, nehmen wir die den Sonnen- und Erdmittelpunkt enthaltende Ebene. Die Projektion des Erdmittelpunktes sei T', die des Sonnenmittelpunktes S' (Fig. 2); der Richtung ψ_m, ω_m entspreche der Punkt P'; setzt man $S'T' = \Psi$ so ist der Abstand ϱ der Richtung P' von der Richtung S' gleich:

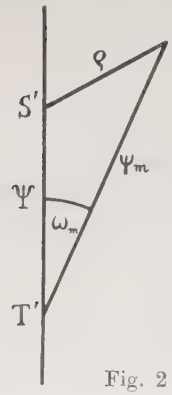

Fig. 2

$$\varrho^2 = \Psi^2 + \psi_m{}^2 - 2\,\Psi\psi_m \cos\,\omega_m\,. \tag{9}$$

Ist ψ_1 der dem unteren Sonnenrand und ψ_2 der dem oberen Sonnenrand entsprechende Wert von ψ_m und $-\omega_1$ bzw. $+\omega_1$ der dem linken bzw. rechten Sonnenrand entsprechende Wert von ω_m, so wird:

$$Q_\lambda = 2\, d\varphi \sum_{\psi_1}^{\psi_2} A_\lambda \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda\, \psi_m\, \Delta\psi\, \Delta\omega\,. \tag{10}$$

A_λ ist eine Funktion von ψ_m durch die Meereshöhe h und ist konstant, wenn bei einem bestimmten Wert von ψ_m über ω summiert wird.

Die Schwächung, welche das Licht beim Durchgang durch die Atmosphäre erleidet, ist in der Hauptsache eine Folge der Zerstreuung; daneben wirkt auch die Absorption mit. Den Wert, den A_λ annehmen würde, wenn keine Absorption stattfände, bezeichnen wir mit α_λ; $\beta_\lambda, \gamma_\lambda, \cdots$ seien Faktoren,

mit welchen α_λ zu multiplizieren ist, wenn man der Absorption, welche das Licht der Wellenlänge λ schwächt, Rechnung tragen will. Allgemein ist somit:

$$A_\lambda = \alpha_\lambda \, \beta_\lambda \, \gamma_\lambda \cdots . \tag{11}$$

Der Raumzerlegung durch die Raumwinkel $\psi_m \, \Delta\psi \, \Delta\omega$ entspricht auf der Einheitskugel ein Netz von Ringsektoren. Sieht man von der Absorption ab und setzt $\beta_\lambda = \gamma_\lambda = \cdots = 1$, so können für eine bestimmte Wellenlänge λ_0 die Radien derRinge so gewählt werden, dass

$$\alpha_{\lambda_0} \, \psi_m \, \Delta\psi \, \Delta\omega$$

einen konstanten Wert annimmt. Bezeichnen wir diesen mit k, so wird die in der Wellenlänge λ_0 übermittelte und nur durch Zerstreuung geschwächte Lichtmenge $Q^1_{\lambda_0}$ gleich:

$$Q^1_{\lambda_0} = 2 \, k \, d\varphi \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_{\lambda_0} ; \tag{12}$$

das heisst: die Berechnung von $Q^1_{\lambda_0}$ ist auf die Summierung der in den einzelnen Ringsektoren geltenden Mittelwerte von J_{λ_0} zurückgeführt. In den Ringsektoren, die auf den Sonnenrand fallen, hat man selbstverständlich diese Mittelwerte zu multiplizieren mit dem Verhältnis des innerhalb des Sonnenrandes liegenden Stücks der Ringsektorfläche zur ganzen Fläche. Dem Einfluss der Absorption wird dadurch Rechnung getragen, dass die Zonensummen $\sum_0^{\omega_1} J_{\lambda_0}$ noch mit dem Faktor $\beta_\lambda \, \gamma_\lambda \cdots$ multipliziert werden, bevor die Summe über die verschiedenen Zonen gebildet wird:

$$Q_{\lambda_0} = 2 \, k \, d\varphi \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \beta_{\lambda_0} \, \gamma_{\lambda_0} \cdots \sum_{0}^{\omega_1} J_{\lambda_0} . \tag{13}$$

Um die Berechnung für eine andere Wellenlänge durchzuführen, stehen zwei Wege offen. Man kann entweder eine neue Netzeinteilung berechnen und in dieser wieder die Werte von J_λ ablesen, oder man kann das für die Wellenlänge λ_0 gültige Netz behalten; das Produkt

$$\alpha_\lambda \, \psi_m \, \Delta\psi \, \Delta\omega$$

ist aber dann nicht mehr konstant. Da die Berechnung eines neuen Netzes verhältnismässig viel Zeit erfordert, haben wir den

zweiten Weg beschritten und somit die in anderen Wellenlängen λ übermittelten Lichtmengen Q_λ nach dem Ausdruck

$$Q_\lambda = 2\, d\varphi \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \psi_m\, \Delta\psi\, \Delta\omega\, \alpha_\lambda\, \beta_\lambda\, \gamma_\lambda \cdots \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda$$

berechnet.

II. Abschnitt.

Die numerischen Grundlagen der Rechnung.

Die Durchführung der Berechnung der Helligkeiten Q_λ verlangt die Kenntnis der numerischen Werte der folgenden Grössen:

a) die einer bestimmten Höhe h entsprechende Horizontalrefraktion r_λ;

b) die Transmissionskoeffizienten α_λ der reinen, selektiver Absorption nicht unterworfenen Atmosphäre;

c) die Transmissionskoeffizienten $\beta_\lambda, \gamma_\lambda, \cdots$ einzelner Bestandteile der wirklichen Atmosphäre, die eine merkliche Absorption ausüben;

d) die Flächenhelligkeiten J_λ der Sonne.

Ursprünglich war beabsichtigt, die Helligkeiten Q_λ für eine Reihe von Punkten, die über den ganzen Kernschatten verteilt sind, zu berechnen. Der grosse Umfang, den die Berechnung angenommen hätte, liess von dieser ausgedehnten Rechnung Abstand nehmen; es wurden nur einige Punkte in der Nähe der sog. Kernschattengrenze gewählt, so dass wenigstens die Frage des Entstehens dieser Schattengrenze auf Grund der in den einzelnen Wellenlängen verteilten Lichtmengen neu bearbeitet werden konnte. Die Zahl der Punkte, für welche die Rechnung vollständig durchgeführt wurde, beträgt vier; sie liegen in folgenden Entfernungen χ von der Axe des Schattenraumes. (χ ist der Winkelabstand zwischen dem Schattenpunkt und der Schattenmitte, vom Erdzentrum aus gesehen.)

Schattenpunkt I: $\chi_{\mathrm{I}} = 2231''$,
Schattenpunkt II: $\chi_{\mathrm{II}} = 2351''$,
Schattenpunkt III: $\chi_{\mathrm{III}} = 2471''$,
Schattenpunkt IV: $\chi_{\mathrm{IV}} = 2591''$.

Die Grenze des geometrischen Kernschattens liegt bei $\chi = 2466''$.

Die Helligkeiten dieser vier Punkte wurden für die folgenden Werte der Wellenlängen berechnet:

$\lambda = 5200,\ 6000,\ 6400,\ 7600$ Ångström-Einheiten.

Den Arbeiten SEELIGER's und HEPPERGER's ist zu entnehmen, dass alle Strahlen, die die Erdatmosphäre in weniger als 6 km Höhe durchlaufen, so stark gebrochen werden, dass sie den Schattenpunkt, der den kleinsten Abstand von der Schattenaxe hat, nicht mehr treffen. Andererseits erhält der äusserste Schattenpunkt noch Licht von Strahlen, welche die Erdatmosphäre in mehr als 60 km Höhe durchlaufen. Oberhalb 60 km ist aber die Brechung und Schwächung des Lichts so klein, dass ohne Beeinträchtigung der Rechnungsgenauigkeit $r_\lambda = 0$ und $A_\lambda = 1$ gesetzt werden kann. Die unter a) bis c) genannten Grössen sind also im Intervall $h = 6$ bis $h = 60$ km abzuleiten.

a) *Die Horizontalrefraktionen* r_λ.

Die Horizontalrefraktionen r_λ leiten wir aus den von HEPPERGER für eine mittlere Wellenlänge λ_m ermittelten Horizontalrefraktionen r_m in folgender Weise ab. In Tabelle 4 sind die HEPPERGER'schen Werte r_m als Funktion der Höhe h, von 1 zu 1 km und oberhalb 40 km von 2 zu 2 km fortschreitend, zusammengestellt; sie sind aus der Tabelle HEPPERGER's (Seite 36 in seiner in der Einleitung zitierten Arbeit), welche als Argument das Verhältnis der Höhe h zum Erdradius a benützt, durch Interpolation gewonnen worden. Als Erdradius ist dabei BESSEL's Krümmungsradius bei 45^0 Breite eingeführt worden. Diese Werte beziehen sich auf einen mittleren Brechungsindex μ_0 der Luft.

Um daraus die bei einer beliebigen Wellenlänge λ gültigen Refraktionswerte abzuleiten, genügt es, die zwei Wellenlängen λ_1 und λ_2 entsprechenden Refraktionswerte r_1 und r_2 für wenige Höhen zu berechnen. Da die Differenzen $r_1 - r_m$ und $r_2 - r_m$ klein sind und sich nur wenig ändern, können sie leicht auf eine andere Wellenlänge, in einer gegebenen Höhe h, interpoliert oder gar extrapoliert werden. Ist $(r_\lambda - r_m)_h$ der der Wellenlänge λ und der Höhe h entsprechende, interpolierte Wert, so wird:

$$r_\lambda = r_m + (r_\lambda - r_m)_h .$$

Die Berechnung der Werte r_1 und r_2 geschah nach dem Formelsystem HEPPERGER's. Wenn folgende Bezeichnungen eingeführt werden: μ_λ = Brechungsindex der Luft bei Druck und Temperatur an der Erdoberfläche, und für die Wellenlänge

λ ; $\omega' = \frac{\alpha\omega_0}{1+\alpha t_0}$, wobei t_0 die Temperatur der Luft an der Erdoberfläche, α deren Ausdehnungskoeffizient, und ω_0 ein Temperaturkoeffizient ist; l_0 = Höhe der reduzierten Atmosphäre; und wenn gesetzt wird

$$\Delta = \frac{h}{a} \quad , \quad \beta_0 = \frac{\mu_\lambda^2 - 1}{\mu_\lambda^2} \quad , \quad \varkappa_0 = \frac{a}{l_0} - a\,\omega',$$
$$\beta = \beta_0 e^{-\varkappa_0 \Delta} \quad , \quad \varkappa = \varkappa_0 (1 + a\,\omega' \Delta),$$
$$\nu = \frac{1}{e-1}, \quad \mu = \nu - \frac{2}{\varkappa} \quad , \quad \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{\nu(\nu-\mu-\beta)}{\mu\beta},$$

so wird

$$2 r_\lambda = \frac{2k}{\sin 1''} \sqrt{\frac{\beta}{\mu}} (b_0 + b_1 k^2 + b_2 k^4 + \cdots).$$

Nach Hepperger ist zu setzen: $\frac{a}{l_0} = 773{,}4$; $a\,\omega' = 81{,}0$; ferner sind die numerischen Werte der Koeffizienten b_0, b_1, etc. folgende:

$b_0 = 0{,}68049$ log $b_2 = 9{,}25764$ log $b_4 = 9{,}0230$
log $b_1 = 9{,}44864$ log $b_3 = 9{,}12508$ log $b_5 = 8{,}9401$

Die Werte für die Brechungsindices μ_λ entnehmen wir den Bestimmungen von Kayser und Runge[1]), woraus sich ergibt

für $\lambda_1 = 6700$ $\mu_1 = 1{,}000\,2808$
für $\lambda_2 = 4700$ $\mu_2 = 1{,}000\,2842$

(gültig bei einer Lufttemperatur von + 10° C. und dem Luftdruck von 760 mm). Hiermit wurden folgende Werte berechnet:

Tabelle 2.

h in km	$2r_1$	$2r_2$	$2r_m$	$2r_1 - 2r_m$	$2r_2 - 2r_m$
5	2427″,4	2458″,4	2418″,8	+8″,6	+39″,6
10	1422,0	1439,8	1417,4	4,6	22,4
20	496,4	502,6	494,9	1,5	7,7
40	61,5	62,2	61,3	0,2	0,9

Durch graphische Interpolation sind daraus die auf 0″,5 abgerundeten Werte der Differenz $2(r_1 - r_m)$ und $2(r_2 - r_m)$ für andere Höhen abgeleitet worden, und dann daraus die Werte

[1]) Abh. der Berliner Akad. 1893.

$2(r_\lambda - r_m)_h$ für alle diese Höhen und die Wellenlängen λ 5200, 6400, 7600. Diese sind in folgender Tabelle wiedergegeben.

Tabelle 3.

h in km	$2\,(r_\lambda - r_m)$			h in km	$2\,(r_\lambda - r_m)$		
	λ 5200	λ 6400	λ 7600		λ 5200	λ 6400	λ 7600
6	+28″,0	+12″,0	−4″,0	20	+6″,0	+2″,5	−1″,0
8	22,5	9,0	3,5	24	4,0	1,5	1,0
10	18,0	7,0	3,0	28	2,0	1,0	0,5
12	15,0	6,0	3,0	32	1,0	0,5	0,0
14	12,0	4,5	2,5				
16	9,5	3,5	2,0	40	0,5	0,0	0,0

Die interpolierten HEPPERGER'schen Refraktionen $2\,r_m$ sind folgende:

Tabelle 4.

h in km	$2\,r_m$	h in km	$2\,r_m$	h in km	$2\,r_m$
6	2172″,1	21	445″,7	36	93″,1
7	1951,2	22	401,5	37	84,0
8	1753,5	23	361,7	38	75,5
9	1576,4	24	325,7	39	68,1
10	1417,4	25	293,4	40	61,3
11	1274,9	26	264,3	42	49,8
12	1146,9	27	238,2	44	40,4
13	1032,0	28	214,6	46	32,8
14	928,8	29	193,3	48	26,6
15	836,0	30	174,1	50	21,5
16	752,7	31	156,8	52	17,5
17	677,7	32	141,3	54	14,1
18	610,3	33	127,2	56	11,5
19	549,5	34	114,7	58	9,4
20	494,9	35	103,4	60	7,5

b) *Die Transmissionskoeffizienten α_λ der reinen Atmosphäre.*

Die Schwächung, welche das Licht durch Diffusion erfährt, ist von der durchlaufenen Luftmasse abhängig. Bezeichnet $\alpha_{\lambda,1}$ den Transmissionskoeffizienten, wenn die Luftmasse gleich 1 ist, und $\alpha_{\lambda,m}$ den Transmissionskoeffizienten, wenn die Luftmasse gleich m ist, so besteht die Beziehung:

$$\alpha_{\lambda,m} = \alpha_{\lambda,1}^{m}.$$

Setzt man, wie üblich, $m = 1$, wenn die Atmosphäre einmal in radialer Richtung bis zum Meeresniveau durchlaufen wird, so bedeutet $\alpha_{\lambda,1}$ den zenitalen Transmissionskoeffizienten; und es wird der Transmissionskoeffizient α_λ identisch mit $\alpha_{\lambda,m}$, wenn m die Luftmasse bedeutet, die der Strahl insgesamt durchlaufen hat. Die Berechnung von α_λ ist damit zurückgeführt auf die Werte $\alpha_{\lambda,1}$ und die Luftmassen m, die in verschiedenen Höhen durchlaufen werden.

1. Berechnung der Luftmassen.

Zur Berechnung der Luftmassen kann man in der Theorie der atmosphärischen Extinktion verschiedene Wege einschlagen. Unter diesen haben wir die Laplace'sche Formel gewählt, die den Vorzug hat, eine Verbindung zwischen der Horizontalrefraktion und der Luftmasse herzustellen; ferner zeichnet sie sich durch ihre Einfachheit aus und liefert bekanntlich gute Näherungswerte für die Luftmassen. Sie lässt sich in folgender Form darstellen.

Indem wir mit B den Barometerstand, mit t die Temperatur in der Höhe des Strahls bezeichnen, haben wir[1]):

$$c' = c\,\frac{B}{760}\,\frac{1}{1+\alpha t},$$

wo $\alpha = \frac{1}{273}$; c ist der um 1 verminderte Brechungsindex der Luft unter Normalbedingungen; nach Kayser und Runge ist $c = 0{,}000\,2926$. Es ist dann für einen horizontalen Strahl in der Höhe h, der in die Atmosphäre ein- und wieder ausgeht, die durchlaufene Luftmasse m gegeben durch

$$m = \frac{2r}{c'},$$

wo r die Refraktion bedeutet. Das gibt aber die Luftmasse in Einheiten der Zenitluftmasse in der Höhe h; um alle solchen Werte auf die gleiche Einheit zu bringen, nämlich die Zenitluftmasse am Meer ($m = 1$), müssen wir sie mit dem Verhältnis dieser Einheiten, oder mit $\frac{B}{760}$, multiplizieren. Daher erhalten wir, wenn die Refraktion jetzt in Bogensekunden ausgedrückt wird,

[1]) Bemporad, Zur Theorie der Extinktion usw. (Mitt. der Sternw. Heidelberg, IV, 1904, S. 12.)

$$m = 2\,C\,r'',$$

wo $$C = C'\,(1 + \alpha t)$$

und $$C' = \frac{1}{206265 \cdot 0{,}0002926}.$$

Zur numerischen Auswertung dieser Formel wurden nun die von mir berechneten Refraktionswerte, die aus den HEPPERGER'schen abgeleitet sind, verwendet, sowie zur Berechnung von t das den HEPPERGER'schen Rechnungen zugrunde liegende Temperaturgesetz. Die hiermit berechneten Werte von log m sind nachfolgend angegeben:

Tabelle 5.

h in km	log m	h in km	log m	h in km	log m
6	1,5448	15	1,0793	30	0,3143
7	1,4924	16	1,0282	34	0,1127
8	1,4400	17	0,9768	38	9,9129
9	1,3876	18	0,9250	42	9,7025
10	1,3353	19	0,8747	46	9,5006
11	1,2844	20	0,8227	50	9,2817
12	1,2329	22	0,7222	54	9,0818
13	1,1817	24	0,6206	58	8,8680
14	1,1306	26	0,5194	62	8,6690
		28	0,4164		

2. Die zenitalen Transmissionskoeffizienten $\alpha_{\lambda,1}$ und die allgemeinen Transmissionskoeffizienten $\alpha_{\lambda,m}$.

Die Transmissionskoeffizienten der trockenen Luft sind von FOWLE[1]) abgeleitet worden; sie beziehen sich auf die über dem Mt. Wilson gelegenen Luftmassen. Wenn diese Koeffizienten auf Meeresniveau umgerechnet werden, so sind sie noch nicht identisch mit den zenitalen Koeffizienten $\alpha_{\lambda,1}$, welche sich auf die reine, von selektiver Absorption freie Luft beziehen; denn die FOWLE'schen Werte enthalten den Einfluss der Absorption des Ozons, das sich in höheren Schichten der Atmosphäre befindet.

Wir bezeichnen die von FOWLE angegebenen Koeffizienten mit α_λ'', und die vom Ozoneffekt befreiten mit α_λ'; reduziert man α_λ' auf Meereshöhe, so erhält man $\alpha_{\lambda,1}$.

[1]) Astrophysical Journal, vol. 38 und 40.

Die Absorption des Ozons ist von COLANGE[1]) durch Laboratoriumsversuche bestimmt worden. Nach seinen Angaben hat man die in Tab. 6 angeführten Werte von $\log \frac{\alpha'_\lambda}{\alpha''_\lambda}$. Die aus den vom Ozoneinfluss befreiten Zahlen $\alpha'_\lambda = \alpha''_\lambda \frac{\alpha'_\lambda}{\alpha''_\lambda}$ resultierenden Werte von $\log \frac{1}{\alpha'_\lambda}$ sind in derselben Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 6.

No.	λ	α''_λ	$\log \frac{\alpha'_\lambda}{\alpha''_\lambda}$	$\log \frac{1}{\alpha'_\lambda}$	g_i	v_i
1	3838	0,713	0	0,1469	0,51	−0,16
2	3974	0,752	0	0,1238	0,57	+0,23
3	4127	0,783	0	0,1062	0,61	+0,20
4	4307	0,808	0	0,0926	0,65	−0,16
5	4516	0,840	0	0,0757	0,71	−0,05
6	4753	0,863	0,0010	0,0630	0,75	−0,17
7	5026	0,885	0,0054	0,0477	0,40	+0,15
8	5348	0,898	0,0099	0,0368	0,42	+0,16
9	5742	0,905	0,0147	0,0287	0,43	+0,05
10	5980	0,913	0,0141	0,0254	0,44	−0,05
11	6238	0,929	0,0118	0,0202	0,45	+0,10
12	7644	0,979	0	0,0092	0,96	+0,07
13	8130	0,980	0	0,0088	0,96	−0,08
14	8634	0,982	0	0,0079	0,96	−0,14

Nach RAYLEIGH'S Theorie der Lichtschwächung durch Diffusion sollen die Werte $\log \frac{1}{\alpha'_\lambda}$ der 4. Potenz der Wellenlänge umgekehrt proportional sein. Setzt man $x = \lambda^{-4}$, $y = 100 \log \frac{1}{\alpha'_\lambda}$, so lassen sich die obigen Werte α'_λ einer Ausgleichung unterwerfen, auf Grund des Ansatzes

$$v_i + y_i = a_o + a_1 x_i + a_2 x_i^2,$$
$$i = 1, 2, \cdots\cdots 14.$$

Die angegebenen Gewichte g_i sind nach den üblichen Regeln für die Ausgleichung einer Funktion von Beobachtungen ermittelt worden; die Punkte, bei denen eine deutliche Ozonwirkung vorhanden ist (Nr. 7—11), erhielten infolge grösserer mittlerer Fehler entsprechend kleinere Gewichte. Legt man

[1]) Etude de l'absorption par l'ozone dans le spectre visible. (Journal de physique et le Radium, Série VI, Tome VIII, Mai 1927.)

diese Gewichte g_i den Beobachtungen bei, so erhält man die folgenden Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 8{,}82\ a_o + 146{,}55\ a_1 + 4232{,}1\ a_2 &= 46{,}24 \\ 146{,}55\ a_o + 4232{,}1\ a_1 + 146133\ a_2 &= 1329{,}0 \\ 4232{,}1\ a_o + 146133\ a_1 + 5486380\ a_2 &= 45888 \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$a_o = 0{,}10 \quad a_1 = 0{,}304 \quad a_2 = 0{,}0002$$

mit den mittleren Fehlern:

$$\pm 0{,}046 \quad \pm 0{,}0073 \quad \pm 0{,}00024$$

Der Koeffizient von x^2 fällt sehr klein aus; die kleinen Beträge der Widersprüche v_i in der obigen Zusammenstellung lassen erkennen, dass tatsächlich die Punkte x, y sehr nahe auf einer Geraden liegen; diese Gerade geht auch nahe durch den Ursprung.

Berechnet man nach der obigen Formel

$$y = a_o + a_1 x + a_2 x^2$$

die Werte von α'_λ für $\lambda = 5200$, 6400, 7600, indem man sie als Interpolationsformel betrachtet, so erhält man:

Tabelle 7.

λ	α'_λ	$\alpha_{\lambda,1}$
5200	0,906	0,886
6400	0,957	0,947
7600	0,977	0,972

Die in dieser Tabelle ebenfalls enthaltenen $\alpha_{\lambda,1}$ sind aus α'_λ abgeleitet nach der Formel

$$\alpha_{\lambda,1} = \alpha'^{\frac{760}{620}}_\lambda \qquad (620 = \text{Luftdruck üb. Mt. Wilson}).$$

Die nach der Formel

$$\alpha_{\lambda,m} = \alpha^m_{\lambda,1}$$

berechneten allgemeinen Transmissionskoeffizienten sind in Tabelle 8 zusammengestellt.

Tabelle 8.

Werte von $\alpha_{\lambda,m}$.

h in km	λ 5200	λ 6400	λ 7600	h in km	λ 5200	λ 6400	λ 7600
6	0,014	0,148	0,370	20	0,447	0,696	0,828
7	0,023	0,184	0,415	22	0,528	0,750	0,861
8	0,036	0,222	0,458	24	0,603	0,796	0,889
9	0,052	0,264	0,501	26	0,670	0,835	0,911
10	0,073	0,307	0,542	28	0,729	0,867	0,929
11	0,097	0,350	0,580	30	0,779	0,894	0,943
12	0,126	0,394	0,616	34	0,855	0,932	0,964
13	0,159	0,436	0,650	38	0,906	0,956	0,977
14	0,195	0,478	0,682	42	0,941	0,973	0,986
15	0,234	0,519	0,712	46	0,962	0,983	0,991
16	0,275	0,559	0,739	50	0,977	0,990	0,994
17	0,317	0,596	0,765	54	0,986	0,993	0,997
18	0,361	0,632	0,788	58	0,991	0,996	0,998
19	0,404	0,664	0,809	62	0,994	0,997	0,999

c) *Die Transmissionskoeffizienten β_λ, γ_λ einzelner Bestandteile der Luft.*

Über die allgemeine Schwächung des Lichtes infolge der Diffusion lagert sich der Einfluss der Absorption. Da die Berechnung nur in einzelnen, bestimmten Wellenlängen durchgeführt wird, kann es sich nicht darum handeln, alle selektiven Absorptionen zu berücksichtigen; es müssen alle, welche sich auf einen kleinen Spektralbereich erstrecken, unberücksichtigt bleiben, wenn sie auch in grosser Zahl auftreten können. Dagegen sollen diejenigen in Rechnung gezogen werden, die sich auf einen grösseren Bereich ausdehnen; es kommt dann nur die schon erwähnte selektive Absorption des in höheren Schichten vorhandenen Ozons und derjenige Teil der Absorption des Wasserdampfes der unteren Schichten der Atmosphäre, welcher sich regelmässig über das gesamte Spektrum erstreckt (kontinuierliche Absorption des Wasserdampfs) in Frage.

1. Die Absorption des Ozons.

Nach den Untersuchungen von Cabannes, Dufay u. a. befindet sich in ca. 45 bis 50 km Höhe eine Ozonschicht. Während die mittlere Höhe dieser Schicht als sicher festgestellt werden kann, ist uns über ihre wahre Dicke nichts näheres bekannt. Dagegen kann ihre „effektive" Dicke, d. h. die Dicke derjenigen Schicht, die unter Normaldruck die gleiche Ab-

sorptionswirkung ausüben würde, angegeben werden; diese beträgt 0,32 cm. Die Transmissionskoeffizienten dieser Ozonschicht können nur genau berechnet werden, wenn die wahre Dicke bekannt ist. Da man annehmen kann, dass diese wahre Dicke nicht sehr gross ist, setzen wir, um wenigstens annäherungsweise die Werte von den Transmissionskoeffizienten β_λ abzuleiten, die wahre Dicke der Schicht auf 5 km fest, so dass sich ihre untere Grenze in 45 km und ihre obere Grenze in 50 km Höhe befindet.

Die Koeffizienten β_λ ergeben sich nun in folgender Weise. Nach COLANGE hat man für das Verhältnis $\frac{I}{I_0}$ des durchgelassenen zum zenital einfallenden Licht den Ausdruck

$$\frac{I}{I_0} = 10^{-\alpha x}$$

worin $x = 0{,}32$ zu setzen ist; αx hat folgende Werte in den einzelnen Wellenlängen:

$\lambda = 5200$	$\alpha x = 0{,}0070$
$= 6400$	$= 0{,}0083$
$= 6000$	$= 0{,}0147$

In der Wellenlänge 7600 ist die Absorption nahezu Null. Es wurden deshalb nur die Absorptionen für die Wellenlängen 5200 und 6400 gerechnet, sowie für 6000, weil hier ungefähr die Maximalabsorption des Ozons stattfindet.

Es sei ferner e die wahre Dicke der Schicht; setzt man nach Fig. 3:

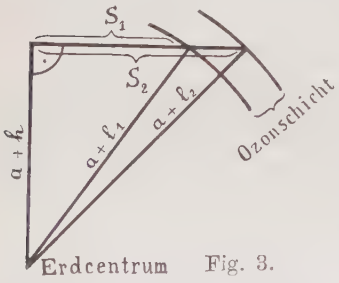

Fig. 3.

$$s = \frac{2(S_2 - S_1)}{e},$$

so wird

$$\beta_\lambda = 10^{-\alpha x s}.$$

Hiernach sind die in der folgenden Tabelle 9 gegebenen Werte von β_λ berechnet worden. $(S_2 - S_1)$ ist durch einfache geometrische Beziehungen gegeben, wenn man von der Krümmung der Strahlen absieht; es wird, wenn l_1 die Höhe der unteren, l_2 der oberen Grenze der Schicht, h die Höhe des Strahls, a der Erdradius ist:

$$S_1 = \sqrt{2a(l_1 - h) + l_1^2 - h^2},$$

$$S_2 = \sqrt{2a(l_2 - h) + l_2^2 - h^2}.$$

Tabelle 9.

h in km	s	β_λ		
		5200	6400	6000
0	16,4	0,767	0,730	0,572
20	21,6	0,706	0,660	0,479
28	25,7	0,659	0,612	0,420
36	33,5	0,582	0,527	0,322
40	41,9	0,509	0,449	0,242
43	55,8	0,406	0,344	0,151
45	101,4	0,195	0,144	0,032
47	78,6	0,282	0,223	0,070
49	45,4	0,482	0,421	0,216

2. Die Absorption des Wasserdampfes.

Der Wasserdampf der Atmosphäre hat sowohl eine selektive Absorption in einzelnen Linien und Banden als auch eine allgemeine Schwächung der Strahlungsenergie zur Folge. Die selektive Absorption, deren wichtigste Banden übrigens im ultraroten Teil des Spektrums liegen, vernachlässigen wir; dagegen berücksichtigen wir die allgemeine Schwächung.

Nach Fowle[1]) kann der allgemeinen Absorption des Wasserdampfes in folgender Weise Rechnung getragen werden. Den Transmissionskoeffizienten, welcher den Wasserdampf der Atmosphäre berücksichtigt, bezeichnen wir mit γ_λ. Ist a_λ der Transmissionskoeffizient der trockenen Luft und $a_{w\lambda}$ derjenige der Wasserdampfmenge, die äquivalent 1 cm Wasserhöhe ist, so wird der Transmissionskoeffizient $A_{w\lambda}$ der feuchten Luft gegeben durch den Ausdruck

$$A_{w\lambda} = a_\lambda a_{w\lambda}^w.$$

wobei der Exponent w die wirklich vorhandene Wasserdampfmenge, ausgedrückt als Wasserhöhe in cm, bedeutet. Es ist somit:

$$\gamma_\lambda = a_{w\lambda}^w.$$

Die Koeffizienten $a_{w\lambda}$ sind von Fowle bestimmt worden. Die in grösseren Höhen der Atmosphäre vorhandenen Wasserdampfmengen sind von Langley[2]) ermittelt worden; nach ihm hat man durchschnittlich die in Tabelle 10 angegebenen

[1]) Meteorologische Zeitschrift 1914.
[2]) Profess. Papers of the Signal Service, Nr. 15.

Wasserdampfmengen v in gr pro m^3 anzunehmen. Betrachtet man v als Funktion des Weges s, den der Lichtstrahl durchläuft, so wird

$$w = \int v \, ds.$$

Um auf Grund der Zahlen von Tab. 10 w zu berechnen, nehmen wir in verschiedenen Höhen Strahlen an, die horizontal verlaufen und bestimmen die Weglängen Δs in den einzelnen, zum Erdmittelpunkt konzentrischen Schichten. Wird Δs in 10 km als Längeneinheit ausgedrückt und ist v in gr pro m^3 ein Mittelwert der Wasserdampfmenge in der einzelnen Schicht, so erhält man w in cm nach dem Ausdruck

$$w = \sum v \, \Delta s.$$

In der nachstehenden Tabelle sind die berechneten Werte von Δs, die angenommenen Werte von v, sowie die hieraus abgeleiteten Werte von w angegeben.

Tabelle 10.

Schicht / Höhe h	Weglängen Δs (in 10 km als Einheit) km 6–8	8–10	10–12	12–14	14–16	w in cm
v	0,8	0,5	0,3	0,2	0,1	
6 km	31,96	13,24	10,16	8,56	7,54	37,74
8	—	31,96	13,24	10,16	8,56	22,86
10	—	—	31,96	13,24	10,16	13,26
12	—	—	—	31,96	13,24	7,72

In Tabelle 11 sind die von Fowle bestimmten Werte von $a_{w\lambda}$ und die hieraus berechneten Werte von γ_λ zusammengestellt.

Tabelle 11.

Werte von γ_λ.

Höhe h	λ5200	6400	7600
$a_{w\lambda}$	0,976	0,984	0,988
6 km	0,385	0,545	0,649
8	0,561	0,692	0,769
10	0,714	0,807	0,859
12	0,822	0,883	0,914

d) *Die Flächenhelligkeit der Sonne.*

Die Flächenhelligkeiten J_λ der Sonne werden den Arbeiten Abbot's und seiner Mitarbeiter[1]) entnommen. Die in der nachstehenden Tabelle angeführten Werte stellen relative Helligkeiten dar; sie sind bezogen auf die im Sonnenmittelpunkt herrschende Helligkeit als Einheit; diese Tabelle ist ein Auszug aus einer viel ausführlicheren, die angelegt wurde, um bei der praktischen Durchführung der Rechnung die Helligkeit einer beliebigen Stelle auf drei Dezimalen ohne Interpolation entnehmen zu können. Die von Abbot angegebenen Werte gehen bis 0,95 des Sonnenradius; ausserhalb davon sind die Werte durch Extrapolation abgeleitet worden, unter Beibehaltung der im Punkt 0,95 vorhandenen Neigung.

Tabelle 12.

Relative Flächenhelligkeiten J_λ der Sonne.

Abstand vom Sonnenzentrum	λ 5200	λ 6400	λ 7600
0,00	1,000	1,000	1,000
0,10	0,995	0,997	0,997
0,20	0,987	0,990	0,992
0,30	0,971	0,978	0,980
0,40	0,948	0,959	0,964
0,50	0,917	0,934	0,943
0,60	0,875	0,901	0,916
0,70	0,817	0,856	0,879
0,75	0,783	0,828	0,855
0,80	0,741	0,794	0,825
0,85	0,692	0,751	0,789
0,90	0,626	0,695	0,739
0,95	0,533	0,612	0,664

III. Abschnitt.

Durchführung der Rechnung.

Die Strahlungsenergie Q_λ, welche auf die Flächeneinheit des beleuchteten Elementes ($d\varphi = 1$) fällt, wird durch den Ausdruck (vgl. Abschnitt I) gegeben:

$$Q_\lambda = 2 \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda \alpha_\lambda \psi_m \Delta\psi \Delta\omega,$$

[1]) Smithsonian Annals, vol. III.

wenn man nur die Schwächung berücksichtigt, die das Licht durch Diffusion erleidet.

Es sei α_{λ_0} der Wert von α_λ für eine bestimmte Wellenlänge λ_0. Wir bestimmen eine Zerlegung des Raumes derart, dass

$$\alpha_{\lambda_0} \psi_m \Delta\psi \Delta\omega = k_0 = \text{const.}$$

wird. Um diese Zerlegung geometrisch darzustellen, legen wir um $d\varphi$ eine Kugel; der Raumzerlegung entspricht dann auf der Kugel ein Netz von Zonensektoren. Da die Winkel ψ klein sind, genügt es, an Stelle der Kugel die Tangentialebene im Punkt $\psi = 0$, $\omega = 0$ zu setzen; an Stelle des Netzes der Zonensektoren tritt dann ein Netz von ebenen Ringsektoren. Dieses Netz bestimmen wir auf Grund der Bedingung

$$\alpha_{\lambda_0} \psi''_m \Delta\psi'' \Delta\omega = k,$$

wo ψ''_m und $\Delta\psi''$ in Bogensekunden, $\Delta\omega$ aber in analytischem Mass ausgedrückt ist; es wird dann, wenn

$$k_0 = k \sin^2 1''$$

gesetzt wird:

$$Q_\lambda = 2k \sin^2 1'' \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_{\lambda_0}}.$$

Zur Berechnung des Netzes ist $k = 1500$ angenommen worden; es wird somit:

$$Q_\lambda = 50 \sin^2 1'' \cdot 60 \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_{\lambda_0}}.$$

Setzt man

$$Q'_\lambda = \frac{Q_\lambda}{50 \sin^2 1''} = 60 \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_{\lambda_0}},$$

so ist Q'_λ nicht mehr die auf die Flächeneinheit auffallende Strahlungsenergie; es bezieht sich Q'_λ vielmehr auf $\frac{(206265)^2}{50}$ Flächeneinheiten. Wir wählen in jedem Ring des Netzes alle Sektoren gleich gross; dann kann man schreiben, wenn man auch noch die Absorption des Lichts berücksichtigt,

$$Q'_\lambda = \frac{1}{25 \sin^2 1''} \sum_{\psi_1}^{\psi_2} A_\lambda \psi_m \Delta\psi \Delta\omega \sum_{0}^{\omega_1} J_\lambda \qquad (15)$$

[vgl. Abschnitt I, Gl. (11)]. Für die Wellenlänge λ_0 und ohne Absorption reduziert sich dieser Ausdruck auf

$$Q'_{\lambda_0} = 60 \sum_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{0}^{\omega_1} J_{\lambda_0}. \tag{16}$$

Die Werte von Q'_λ resp. Q'_{λ_0} sind nun nach (15) und (16) berechnet worden.

Um die Ringsektoren in radialer und tangentialer Richtung gleich gross zu machen, wählen wir die Breiten $\Delta\omega$ so, dass

$$\psi_m'' \, \Delta\omega = \Delta\psi''$$

wird; es ist dann

$$\Delta\psi'' = \sqrt{\frac{k}{\alpha_{\lambda_0}}}. \tag{17}$$

Das Netz, das zur Durchführung der Rechnung benützt worden ist, ist in Tabelle 13 dargestellt; für λ_0 ist angenommen $\lambda_0 = 6400$. Es ist in folgender Weise konstruiert worden. Von einem Wert $\psi = \psi_0$ ausgehend, wodurch ein Wert von α_{λ_0} bestimmt wird, wird das zugehörige $\Delta\psi_0$ nach (17) berechnet. ψ_0 und $\Delta\psi_0$ charakterisieren den Ring Nr. 0, ψ_1 und $\Delta\psi_1$ den Ring Nr. 1, usw. Für den Ring Nr. 1 erhält man zuerst Näherungswerte $\psi_1^{(1)}$ und $\Delta\psi_1^{(1)}$, indem man setzt (alle Winkel in Bogensekunden ausgedrückt):

$$\psi_1^{(1)} = \psi_0 + \Delta\psi_0, \qquad \Delta\psi_1^{(1)} = \sqrt{\frac{k}{\alpha_{\lambda_0}(\psi_1^{(1)})}}.$$

Bessere Näherungswerte folgen aus

$$\psi_1^{(2)} = \psi_0 + \frac{\Delta\psi_1^{(1)} + \Delta\psi_0}{2}, \qquad \Delta\psi_1^{(2)} = \sqrt{\frac{k}{\alpha_{\lambda_0}(\psi_1^{(2)})}}$$

Das Verfahren ist so lange fortzusetzen, bis

$$\psi_1^{(n)} - \frac{\Delta\psi_1{}^{(n)}}{2} = \psi_0 + \frac{\Delta\psi_0}{2}$$

wird; die Ringe der Ordnungszahl 0 und 1 schliessen dann aneinander an; $\psi_1{}^{(n)}$ und $\Delta\psi_1{}^{(n)}$ können als definitive Werte des Ringes 1 betrachtet werden. In gleicher Weise werden die Werte ψ_2 und $\Delta\psi_2$ des zweiten Ringes bestimmt usw. Die definitiven Werte werden meist schon durch die zweite Näherung erreicht.

Tabelle 13.

Nr. des Rings	α_{λ_0}	ψ_m	$\Delta\psi$	$\Delta\omega$	Nr. des Rings	α_{λ_0}	ψ_m	$\Delta\psi$	$\Delta\omega$
1	0,126	1079″	109″,1	20860″	21	0,512	2573″	54″,1	4341″
2	0,139	1185	103.6	18125	22	0,537	2626	52,9	4146
3	0,154	1286	98,5	15860	23	0,562	2679	51,6	3984
4	0,170	1382	94,0	14043	24	0,587	2730	50,4	3832
5	0,186	1474	90,0	12572	25	0,613	2780	49,4	3675
6	0,202	1563	86,3	11355	26	0,638	2828	48,4	3543
7	0,219	1647	82,9	10345	27	0,665	2876	47,4	3413
8	0,236	1728	79,7	9496	28	0,691	2923	46,5	3293
9	0,254	1807	76,7	8772	29	0,717	2969	45,6	3186
10	0,274	1882	73,9	8134	30	0,743	3015	44,9	3077
11	0,293	1955	71,4	7566	31	0,769	3059	44,2	2976
12	0,313	2025	69,1	7064	32	0,796	3103	43,4	2886
13	0,334	2093	66,9	6616	33	0,822	3146	42,7	2802
14	0,355	2159	64,9	6220	34	0,849	3188	42,0	2722
15	0,376	2223	63,1	5867	35	0,875	3230	41,3	2650
16	0,398	2285	61,4	5540	36	0,902	3271	40,7	2576
17	0,419	2346	59,8	5265	37	0,926	3312	40,1	2516
18	0,442	2405	58,2	5003	38	0,951	3351	39,6	2452
19	0,465	2462	56,7	4765	39	0,974	3391	39,2	2390
20	0,488	2518	55,4	4545	40	0,993	3430	38,8	2342

Die in den einzelnen Ringsektoren anzusetzenden Werte von J_λ sind in folgender Weise bestimmt worden. Das Netz der Ringsektoren ist im Massstab $50'' = 1$ cm gezeichnet worden; auf dieses Netz wurde ein Transparent gelegt, auf das ein die Sonnenscheibe darstellender Kreis eingezeichnet ist. Der scheinbare Radius der Sonne, von einem der Schattenpunkte aus gesehen, beträgt 957″,1 und der lineare Radius im Massstabe des Netzes 19,14 cm. Der Mittelpunkt des Sonnenkreises wird in der Entfernung Ψ vom Mittelpunkt des Netzes gelegt, welche dem Schattenpunkt entspricht; es ist für

Schattenpunkt I: $\Psi = 2225''$ Schattenpunkt III: $\Psi = 2465''$
Schattenpunkt II: $\Psi = 2345''$ Schattenpunkt IV: $\Psi = 2585''$

Die Abstände ϱ der Mittelpunkte der Ringsektoren vom Mittelpunkt des Sonnenkreises können dann direkt abgelesen werden. Die Sektorflächen $\psi_m'' \, 1\psi'' \, 1\omega = 1F$ sind für diejenigen Sektoren, die ganz innerhalb der Sonnenscheibe liegen, rechnerisch ermittelt worden; bei den Randsektoren ist der wirksame Teil der Sektoren graphisch mit Hilfe eines Millimeterpapiers bestimmt worden.

In Tabelle 14 sind die Abstände ϱ ausführlich gegeben; diejenigen, welche sich auf die auf den Sonnenrand fallenden

Schattenpunkt I.

Ring / Sektor	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$_2^1{}_5\Delta F$	389,7	354,0	323,5	297,0	274,0	253,8	235,8	219,4	204,8	191,8	179,7	169,0	159,6	150,8	143,2	135,8	129,0
	18,45																
1	262	16,90	15,05	13,30	11,60	9,95	8,40	6,90	5,45	4,05	2,75	1,50	0,65	1,35	2,50	3,65	4,75
	18,60																
2	190	17,20	15,35	13,60	11,90	10,30	8,75	7,30	5,85	4,55	3,35	2,40	1,90	2,15	3,00	3,95	5,00
	18,90																
3	48	17,85	16,00	14,20	12,55	10,90	9,40	7,95	6,60	5,40	4,35	3,60	3,15	3,30	3,80	4,60	5,45
		18,50															
4	—	255	16,90	15,05	13,40	11,75	10,30	8,90	7,60	6,45	5,55	4,85	4,45	4,40	4,75	5,35	6,05
		18,95	*17,95*														
5	—	27	320	16,15	14,45	12,85	11,35	10,00	8,75	7,65	6,80	6,10	5,70	5,60	5,80	6,20	6,80
			18,70														
6	—	—	128	17,40	15,65	14,05	12,55	11,20	10,00	8,95	8,05	7,40	7,00	6,75	6,85	7,15	7,60
				18,55													
7	—	—	—	226	17,00	15,35	13,90	12,50	11,30	10,25	9,35	8,70	8,25	7,95	8,00	8,15	8,50
				19,10	*18,30*												
8	—	—	—	2	260	16,75	15,25	13,90	12,65	11,60	10,70	10,00	9,50	9,15	9,10	9,15	9,40
					19,00	*18,15*											
9	—	—	—	—	16	253	16,65	15,30	14,05	12,95	12,05	11,30	10,75	10,35	10,20	10,20	10,35
						18,95											
10	—	—	—	—	—	34	18,15	16,75	15,45	14,35	13,35	12,60	12,00	11,55	11,30	11,25	11,30
							19,00										
11	—	—	—	—	—	—	42	18,20	16,90	15,70	14,70	13,90	13,25	12,70	12,45	12,30	12,25
								19,05									
12	—	—	—	—	—	—	—	37	18,30	17,10	16,05	15,20	14,50	13,95	13,60	13,35	13,30
									19,10	*18,45*							
13	—	—	—	—	—	—	—	—	25	190	17,40	16,50	15,75	15,15	14,70	14,45	14,30
											18,60						
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	146	17,80	16,95	16,30	15,90	15,50	15,30
												18,80					
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	98	18,20	17,50	17,00	16,60	16,30
													19,00	*18,60*			
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	41	135	18,15	17,65	17,35
														19,10	*18,90*	*18,65*	
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	58	111	18,35
																19,10	*18,95*
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	38
19	—	—	—	—	—	—	—		—			—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—

Tabelle 14.

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
123,0	117,2	111,7	106,8	102,2	97,9	94,1	90,2	86,8	83,7	80,8	78,0	75,4	73,0	70,7	68,5	66,5	64,8	63,1
														19,00				
5,90	7,00	8,05	9,10	10,10	11,10	12,05	13,05	13,95	14,85	15,80	16,70	17,55	18,40	25	—	—	—	—
														19,00				
6,10	7,10	8,20	9,20	10,20	11,15	12,15	13,10	14,00	14,90	15,80	16,70	17,60	18,45	23	—	—	—	—
														19,05				
6,45	7,40	8,40	9,40	10,35	11,30	12,25	13,20	14,10	15,00	15,90	16,80	17,65	18,50	19	—	—	—	—
														19,10				
6,90	7,80	8,75	9,65	10,60	11,50	12,45	13,35	14,25	15,10	16,00	16,90	17,70	18,60	12	—	—	—	—
													18,70	*19,10*				
7,50	8,30	9,15	10,00	10,90	11,80	12,70	13,55	14,45	15,30	16,15	17,00	17,85	73	4	—	—	—	—
													18,80					
8,20	8,90	9,65	10,45	11,30	12,10	13,00	13,85	14,65	15,50	16,35	17,15	18,00	62	—	—	—	—	—
													18,85					
8,95	9,55	10,25	10,95	11,70	12,50	13,30	14,15	14,90	15,75	16,60	17,35	18,20	53	—	—	—	—	—
													18,95					
9,80	10,25	10,85	11,50	12,20	12,95	13,70	14,50	15,25	16,00	16,80	17,60	18,40	33	—	—	—	—	—
												18,65	*19,05*					
10,65	11,00	11,55	12,10	12,75	13,40	14,15	14,85	15,55	16,30	17,10	17,85	81	14	—	—	—	—	—
												18,80						
11,50	11,80	12,25	12,75	13,35	13,90	14,60	15,25	15,95	16,65	17,40	18,15	62	—	—	—	—	—	—
												18,95						
12,45	12,65	13,00	13,45	13,95	14,45	15,10	15,75	16,35	17,05	17,75	18,45	35	—	—	—	—	—	—
											18,75	*19,05*						
13,35	13,50	13,75	14,15	14,55	15,05	15,60	16,20	16,80	17,45	18,10	75	8	—	—	—	—	—	—
											18,90							
14,30	14,35	14,55	14,85	15,25	15,65	16,20	16,70	17,25	17,85	18,50	35	—	—	—	—	—	—	—
										18,80	*19,05*							
15,25	15,25	15,35	15,60	15,95	16,30	16,75	17,25	17,75	18,30	65	6	—	—	—	—	—	—	—
									18,70	*19,00*								
16,20	16,15	16,20	16,40	16,65	16,95	17,35	17,80	18,25	76	18	—	—	—	—	—	—	—	—
								18,70	*18,95*									
17,15	17,05	17,05	17,20	17,40	17,65	18,00	18,35	72	27	—	—	—	—	—	—	—	—	—
						18,55	*18,80*	*18,95*										
18,10	17,95	17,90	17,95	18,10	18,35	97	64	20	—	—	—	—	—	—				—
18,80	*18,70*	*18,70*	*18,70*	*18,80*	*18,85*	*18,90*	*19,05*											
72	96	107	92	82	67	32	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		19,00	*19,05*	*19,05*	*19,10*													
—	—	10	8	6	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Schattenpunkt II.

Ring / Sektor	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\Delta F$	354,0	323,5	297,0	274,0	253,8	235,8	219,4	204,8	191,8	179,7	169,0	159,6	150,8	143,2	135,8	129,0	123,0
1	*18,75* 147 *18,90*	17,45	15,65	14,00	12,35	10,80	9,25	7,80	6,45	5,10	3,80	2,55	1,35	0,60	1,35	2,40	3,50
2	86 *19,10*	17,70 *18,20*	15,95	14,25	12,65	11,10	9,55	8,15	6,75	5,45	4,25	3,15	2,20	1,80	2,10	2,90	3,85
3	4	314 *18,70*	16,50	14,80	13,15	11,60	10,10	8,70	7,40	6,15	5,05	4,10	3,35	3,00	3,15	3,65	4,40
4	—	163 *19,05*	17,30 *18,25*	15,55	13,90	12,40	10,90	9,50	8,25	7,10	6,05	5,20	4,50	4,20	4,20	4,55	5,10
5	—	7	280 *18,75*	16,50	14,90	13,35	11,85	10,50	9,25	8,15	7,15	6,35	5,75	5,40	5,35	5,50	5,95
6	—	—	78	17,65 *18,65*	16,00	14,45	12,95	11,60	10,40	9,30	8,35	7,55	6,95	6,60	6,45	6,55	6,85
7	—	—	—	184	17,20 *18,40*	15,65	14,15	12,80	11,60	10,50	9,55	8,80	8,15	7,80	7,60	7,60	7,80
8	—	—	—	—	224 *19,05*	16,90 *18,25*	15,45	14,10	12,85	11,75	10,85	10,05	9,40	9,00	8,75	8,65	8,75
9	—	—	—	—	9	229 *19,00*	16,80	15,40	14,15	13,05	12,10	11,30	10,65	10,15	9,85	9,70	9,75
10	—	—	—	—	—	25	18,15 *18,95*	16,80	15,50	14,35	13,40	12,55	11,85	11,35	11,00	10,80	10,75
11	—	—	—	—	—	—	39	18,15 *19,00*	16,85	15,70	14,65	13,85	13,10	12,55	12,15	11,85	11,80
12	—	—	—	—	—	—	—	44	18,20 *19,00*	17,00	16,00	15,10	14,30	13,70	13,25	12,95	12,80
13	—	—	—	—	—	—	—	—	33	18,35 *19,10*	17,30 *18,55*	16,30	15,55	14,90	14,40	14,05	13,80
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16	160	17,60 *18,65*	16,75	16,10	15,55	15,10	14,85
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	120	18,00 *18,85*	17,25	16,65	16,20	15,85
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	70	18,45 *19,05*	17,80 *18,70*	17,30	16,90
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	92	18,35 *19,00*	17,95 *18,75*
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30	83
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 14.

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
117,2	111,7	106,8	102,2	97,9	94,1	90,2	86,8	83,7	80,8	78,0	75,4	73,0	70,7	68,5	66,5	64,8	63,1	61,6
																19,05		
4,60	5,65	6,70	7,70	8,70	9,70	10,65	11,60	12,50	13,40	14,30	15,15	16,05	16,85	17,70	18,55	16	—	—
																19,05		
4,80	5,85	6,85	7,85	8,80	9,75	10,70	11,65	12,55	13,45	14,35	15,20	16,05	16,90	17,70	18,55	14	—	—
																19,05		
5,25	6,20	7,10	8,05	9,00	9,95	10,85	11,75	12,65	13,55	14,40	15,25	16,10	16,95	17,75	18,60	11	—	—
																19,10		
5,85	6,65	7,50	8,35	9,25	10,15	11,05	11,90	12,80	13,70	14,55	15,35	16,20	17,05	17,85	18,65	7	—	—
															18,75			
6,50	7,20	8,00	8,80	9,60	10,45	11,30	12,15	13,00	13,85	14,70	15,55	16,35	17,20	17,95	63	—	—	—
															18,80			
7,30	7,85	8,55	9,30	10,05	10,85	11,65	12,45	13,25	14,10	14,90	15,70	16,55	17,35	18,10	52	—	—	—
															18,90			
8,15	8,60	9,15	9,80	10,55	11,25	12,00	12,75	13,55	14,35	15,10	15,90	16,75	17,50	18,30	42	—	—	—
															18,95			
9,00	9,40	9,85	10,45	11,05	11,75	12,45	13,15	13,90	14,65	15,40	16,15	16,95	17,70	18,45	27	—	—	—
														18,70	*19,05*			
9,90	10,20	10,60	11,10	11,65	12,25	12,90	13,55	14,30	15,00	15,70	16,45	17,20	17,95	66	11	—	—	—
														18,85				
10,80	11,05	11,35	11,80	12,25	12,80	13,40	14,00	14,65	15,40	16,05	16,75	17,50	18,20	50	—	—	—	—
														18,95				
11,75	11,90	12,15	12,50	12,90	13,40	13,95	14,50	15,10	15,75	16,45	17,10	17,80	18,50	28	—	—	—	—
													18,75	*19,05*				
12,70	12,80	13,00	13,25	13,60	14,05	14,50	15,05	15,60	16,20	16,80	17,45	18,15	62	6	—	—	—	—
													18,90					
13,65	13,70	13,80	14,05	14,30	14,70	15,10	15,60	16,10	16,65	17,25	17,85	18,45	36	—	—	—	—	—
												18,80	*19,05*					
14,65	14,55	14,65	14,85	15,05	15,35	15,70	16,15	16,60	17,15	17,65	18,25	62	5	—	—	—	—	—
											18,65	*18,95*						
15,65	15,50	15,50	15,65	15,80	16,05	16,35	16,70	17,15	17,65	18,15	78	24	—	—	—	—	—	—
										18,60	*18,90*							
16,60	16,40	16,40	16,45	16,55	16,75	17,00	17,35	17,70	18,15	80	38	—	—	—	—	—	—	—
									18,65	*18,85*	*19,05*							
17,60	17,35	17,25	17,30	17,30	17,50	17,70	17,95	18,30	77	40	3	—	—	—	—	—	—	—
18,50							*18,55*	*18,80*	*18,90*	*19,10*								
118	18,30	18,15	18,10	18,10	18,20	18,40	82	65	26	2	—	—	—	—	—	—	—	—
19,00	*18,90*	*18,80*	*18,75*	*18,75*	*18,80*	*18,85*	*18,90*	*19,05*										
14	50	64	77	79	71	54	28	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
			19,10	*19,10*	*19,05*													
—	—	—	1	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Schattenpunkt III.

Ring / Sektor	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\Delta F$	323,5	297,0	274,0	253,8	235,8	219,4	204,8	191,8	179,7	169,0	159,6	150,8	143,2	135,8	129,0	123,0	117,2
	19,05																
1	33	18,10	16,40	14,75	13,20	11,70	10,25	8,85	7,50	6,20	4,90	3,65	2,45	1,35	0,55	1,20	2,20
	19,10	*18,25*															
2	2	283	16,65	15,00	13,45	11,95	10,50	9,10	7,75	6,50	5,25	4,10	3,00	2,15	1,70	2,00	2,70
		18,55															
3	—	206	17,15	15,45	13,90	12,40	10,95	9,60	8,30	7,05	5,90	4,80	3,90	3,20	2,85	2,95	3,45
		18,85															
4	—	64	17,85	16,15	14,60	13,10	11,65	10,30	9,05	7,85	6,75	5,75	4,90	4,30	4,00	3,95	4,30
			18,55														
5	—	—	218	17,05	15,45	13,95	12,50	11,15	9,95	8,80	7,70	6,80	6,00	5,45	5,15	5,05	5,25
			18,90														
6	—	—	33	18,05	16,45	14,95	13,50	12,15	10,95	9,80	8,80	7,90	7,15	6,60	6,30	6,10	6,25
				18,75													
7	—	—	—	110	17,60	16,05	14,60	13,25	12,05	10,95	9,95	9,05	8,35	7,80	7,40	7,20	7,25
					18,55												
8	—	—	—	—	180	17,25	15,75	14,45	13,20	12,10	11,10	10,20	9,50	8,95	8,55	8,30	8,25
					19,10	*18,40*											
9	—	—	—	—	2	207	17,05	15,65	14,40	13,30	12,30	11,40	10,70	10,10	9,70	9,40	9,25
						19,05	*18,30*										
10	—	—	—	—	—	11	205	16,95	15,65	14,55	13,50	12,60	11,90	11,30	10,80	10,50	10,30
							19,00										
11	—	—	—	—	—	—	23	18,25	16,95	15,80	14,75	13,80	13,10	12,45	11,90	11,60	11,35
								19,00									
12	—	—	—	—	—	—	—	34	18,25	17,10	16,00	15,05	14,25	13,60	13,05	12,65	12,35
									19,00								
13	—	—	—	—	—	—	—	—	34	18,35	17,25	16,25	15,45	14,75	14,15	13,75	13,40
										19,05	*18,50*						
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18	164	17,50	16,70	15,95	15,30	14,85	14,45
											19,15	*18,60*					
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	128	17,85	17,10	16,40	15,90	15,45
													18,80				
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	82	18,25	17,55	17,00	16,50
														19,00	*18,60*		
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	37	124	18,05	17,55
															19,15	*18,85*	*18,55*
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0	62	117
																	19,05
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 14.

22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
111,7	106,8	102,2	97,9	94,1	90,2	86,8	83,7	80,8	78,0	75,4	73,0	70,7	68,5	66,5	64,8	63,1	61,6	60,4
																		19,05
2,30	4,30	5,30	6,30	7,30	8,25	9,20	10,10	11,00	11,90	12,75	13,60	14,45	15,30	16,15	16,95	17,70	18,50	19
																		19,05
3,60	4,55	5,50	6,45	7,40	8,30	9,25	10,15	11,05	11,95	12,80	13,65	14,50	15,30	16,15	16,95	17,75	18,55	18
																		19,05
4,15	4.95	5,80	6,70	7,60	8,50	9,40	10,30	11,20	12,05	12,90	13,75	14,55	15,40	16,20	17,00	17,80	18,55	15
																		19,10
4,85	5,50	6,25	7,10	7,95	8,80	9,65	10,50	11,35	12,20	13,00	13,85	14,70	15,50	16,30	17,10	17,85	18,65	9
																	18,75	*19,15*
5,65	6,20	6,85	7,55	8,35	9,10	9.95	10,75	11,60	12,40	13,20	14,05	14,85	15,60	16,40	17,20	17,95	64	2
																	18,85	
6,50	6,95	7,50	8,10	8,85	9,55	10,30	11,05	11,85	12,65	13,45	14,25	15,00	15,80	16,55	17,35	18,10	54	—
																	18,90	
7,40	7,75	8,20	8,75	9,35	10,05	10,70	11,45	12,20	12,95	13,70	14,50	15,25	16,00	16,75	17,55	18,25	43	—
																	19,00	
8,35	8,60	8,95	9,40	9,95	10,55	11,20	11,85	12,55	13,25	14,00	14,75	15,50	16,20	16,95	17,70	18,45	29	—
																	19,05	
9,30	9,45	9,75	10,10	10,60	11,15	11,70	12,30	13,00	13,65	14,35	15,05	15,80	16,50	17,20	17,95	18,65	16	—
																18,80	*19,15*	
10,25	10,35	10,55	10,85	11,30	11,70	12,20	12,80	13,45	14,05	14,70	15,40	16,10	16,75	17,45	18,15	56	1	—
																18,95		
11,20	11,25	11,40	11,60	12,00	12,40	12,80	13,35	13,90	14,50	15,10	15,75	16,45	17,05	17,75	18,45	39	—	—
															18,70	*19,05*		
12,20	12,20	12,25	12,40	12,70	13,05	13,45	13,90	14,10	14,95	15,55	16,15	16,80	17,40	18,05	63	13	—	—
															18,90			
13,20	13,10	13,15	13,20	13,45	13,75	14,10	14,50	14,95	15,45	15,95	16,55	17,15	17,75	18,40	44	—	—	—
														18,70	*19,05*			
14,15	14,05	14,05	14,05	14,20	14,45	14,70	15,10	15,50	15,95	16,45	17,00	17,60	18,15	62	14	—	—	—
														18,95				
15,15	15,00	14,90	14,90	15,00	15,20	15,40	15,70	16,10	16,50	16,95	17,50	18,00	18,55	36	—	—	—	—
													18,85	*19,10*				
16,15	15,95	15,80	15,75	15,80	15,90	16,10	16,35	16,70	17,05	17,50	18,00	18,45	50	4	—	—	—	—
												18,85	*19,05*					
17,10	16,85	16,70	16,60	16,60	16,65	16,80	17,05	17,30	17,65	18,00	18,45	54	12	—	—	—	—	—
										18,55	*18,85*	*19,00*						
18,10	17,85	17,60	17,45	17,40	17,40	17,50	17,70	17,95	18,20	78	52	12	—				—	—
18,85	*18,70*	*18,50*						*18,60*	*18,75*	*18,90*	*19,05*							
63	91	103	18,30	18,20	18,15	18,25	18,40	80	71	40	6	—	—	—	—	—	—	—
	19,10	*19,00*	*18,90*	*18,85*	*18,80*	*18,80*	*18,90*	*18,95*	*19,05*	*19,15*								
—	2	20	45	58	60	57	45	26	10	0	—	—	—	—	—	—	—	—
					19,15	*19,15*												
—	-	—	—	—	0	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Schattenpunkt IV.

Ring / Sektor	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\Delta F$	274,0	253,8	235,8	219,4	204,8	191,8	179,7	169,0	159,6	150,8	143,2	135,8	129,0	123,0	117,2	111,7	106,8
1	*18,50* 196 *18,65*	17,15	15,60	14,05	12,60	11,20	9,85	8,55	7,30	6,05	4,80	3,65	2,50	1,45	0,60	1,00	1,95
2	159 *18,85*	17,35	15,80	14,30	12,80	11,40	10,10	8,80	7,55	6,30	5,15	4,05	3,05	2,15	1,70	1,80	2,45
3	79 *19,10*	17,80 *18,30*	16,25	14,70	13,25	11,85	10,50	9,25	8,00	6,85	5,70	4,70	3,80	3,15	2,75	2,80	3,20
4	2	238 *18,75*	16,85	15,30	13,85	12,45	11,15	9,90	8,70	7,55	6,50	5,55	4,80	4,15	3,85	3,80	4,05
5	—	106 *19,10*	17,65 *18,45*	16,05	14,60	13,20	11,90	10,70	9,50	8,40	7,45	6,55	5,80	5,25	4,95	4,80	4,95
6	—	1	207 *18,90*	17,00	15,50	14,10	12,80	11,60	10,45	9,35	8,40	7,60	6,90	6,35	6,05	5,85	5,90
7	—	—	36	18,00 *18,75*	16,50	15,15	13,80	12,60	11,45	10,40	9,50	8,65	8,00	7,45	7,10	6,90	6,90
8	—	—	—	106	17,60 *18,65*	16,20	14,85	13,65	12,55	11,50	10,60	9,80	9,10	8,55	8,15	7,95	7,85
9	—	—	—	—	158 *19,10*	17,35 *18,50*	16,00	14,80	13,65	12,60	11,70	10,90	10,25	9,70	9,25	8,95	8,85
10	—	—	—	—	1	170 *19,05*	17,20 *18,40*	15,95	14,80	13,75	12,85	12,05	11,35	10,80	10,35	10,00	9,85
11	—	—	—	—	—	6	167 *19,00*	17,20 *18,40*	16,05	14,95	14,00	13,20	12,50	11,90	11,40	11,05	10,85
12	—	—	—	—	—	—	13	171 *19,05*	17,25 *18,40*	16,15	15,20	14,35	13,60	13,00	12,50	12,05	11,85
13	—	—	—	—	—	—	—	12	153 *19,05*	17,35 *18,55*	16,40	15,50	14,75	14,10	13,55	13,10	12,85
14	—	—	—	—	—	—	—	—	10	145 *19,10*	17,60 *18,65*	16,70	15,85	15,20	14,65	14,15	13,85
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	117	17,85 *18,75*	17,05	16,30	15,70	15,20	14,85
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	80	18,15 *18,90*	17,45	16,80	16,20	15,85
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	47	18,50 *19,10*	17,85 *18,75*	17,25	16,80
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	79	18,30 *18,95*	17,85 *18,75*
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	37	83
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-		—	—	—	-
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		-

Tabelle 14.

24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	ausser Netz
102,2	97,9	94,1	90,2	86,8	83,7	80,8	78,0	75,4	73,0	70,7	68,5	66,5	64,8	63,1	61,6	60,4	—
																	17,60
2,95	3,90	4,90	5,85	6,80	7,70	8,60	9,50	10,35	11,25	12,10	12,90	13,75	14,55	15,35	16,15	16,90	Stück 1: 225
																	18,25
3,25	4,15	5,05	6,00	6,90	7,75	8,65	9,55	10,40	11,25	12,10	12,95	13,75	14,60	15,35	16,15	16,95	Stück 2: 405
																	18,85
3,80	4,60	5,40	6,25	7,10	7,95	8,85	9,70	10,55	11,40	12,20	13,00	13,80	14,65	15,45	16,20	17,00	Stück 3: 542
4,50	5,15	5,85	6,65	7,40	8,25	9,05	9,90	10,70	11,55	12,35	13,15	13,95	14,75	15,55	16,30	17,10	—
5,30	5,80	6,40	7,10	7,85	8,60	9,40	10,15	10,95	11,75	12,55	13,30	14,10	14,90	15,65	16,40	17,15	—
6,15	6,55	7,10	7,65	8,30	9,00	9,75	10,45	11,25	12,00	12,80	13,50	14,30	15,05	15,85	16,55	17,30	—
7,05	7,35	7,75	8,30	8,85	9,50	10,15	10,85	11,55	12,30	13,05	13,75	14,50	15,25	16,00	16,75	17,50	—
7,95	8,15	8,55	8,95	9,45	10,00	10,65	11,25	11,95	12,65	13,35	14,05	14,80	15,50	16,20	16,95	17,65	—
8,85	9,00	9,30	9,65	10,05	10,55	11,15	11,70	12,35	13,00	13,70	14,35	15,05	15,75	16,45	17,15	17,85	—
9,80	9,90	10,10	10,35	10,70	11,15	11,70	12,20	12,80	13,40	14,05	14,70	15,35	16,05	16,70	17,40	18,10	—
10,75	10,75	10,90	11,15	11,45	11,80	12,25	12,75	13,30	13,85	14,50	15,05	15,70	16,35	17,00	17,65	18,35	—
11,70	11,65	11,75	11 90	12.15	12.45	12.85	13,30	13 80	14.35	14.90	15.45	16,05	16,70	17.35	17,95	18,60	—
																18,90	
12,70	12,55	12,60	12,70	12,90	13.15	13,50	13,85	14,30	14,80	15.35	15,85	16,45	17,05	17,65	18,25	52	—
																19,00	
13,65	13,45	13,45	13,50	13,60	13.85	14,15	14,50	14,85	15,35	15,85	16,35	16,85	17,45	18,00	18,60	24	—
															18,90	*19,10*	
14,60	14,35	14,30	14,30	14,40	14.55	14,80	15,10	15.45	15,85	16,35	16,80	17,30	17,85	18,35	47	2	—
														18,75	*19,00*		
15,55	15,30	15,20	15,15	15,15	15,30	15,50	15,75	16,05	16,45	16,85	17,25	17,75	18,25	60	16	—	—
													18,70	*18,95*			
16,50	16,20	16,05	15,95	15.95	16,05	16,20	16,40	16,70	17,00	17.40	17.75	18,20	63	26	—	—	—
												18,65	*18,95*	*19,10*			
17,45	17,10	16,90	16,80	16,75	16,80	16,90	17,05	17,30	17,60	17,90	18,25	62	29	1		—	—
											18,75	*18,95*	*19,10*				
18,45	18,05	17,80	17,60	17,55	17,55	17,60	17,75	17,90	18,20	18.50	60	28	1	—			—
18,95	*18,80*	*18,65*						*18,55*	*18,75*	*18,90*	*19,00*						
26	68	93	18,45	18,35	18,35	18,35	18,45	79	64	42	14		—	-	—		
		19,05	*19,00*	*18,90*	*18,90*	*18,85*	*18,90*	*18,90*	*19,05*	*19,10*							
–	-	5	25	40	44	48	45	28	11	1	—			—	—		-

Sektoren beziehen, sind in kursiver Schrift gesetzt. Die Werte von $\frac{1}{25} \Delta F$ [vgl. (15)] der ganz wirksamen Sektoren, die innerhalb eines Rings alle unter sich gleich sind, sind in der zweiten Zeile, unter der Ringnummer, gegeben; die Werte von $\frac{1}{25} \Delta F$ der teilweise wirksamen stehen unter dem betr. ϱ-Wert.

Die in Tabelle 14 beim IV. Schattenpunkt als „ausser Netz" bezeichnete Kolonne bezieht sich auf ein Stück der Sonne, das über das Netz hinausragt; dieses Stück ist in 3 Teile geteilt, die wie die teilweise wirksamen Netzsektoren behandelt werden.

Aus den ϱ-Werten folgen dann leicht mit Hilfe der Tabelle 12 (s. II. Abschnitt) die Werte von J_λ, die hier wegen ihres grossen Umfangs nicht wiedergegeben sind. Hingegen sind die Werte von α_λ, β_λ, γ_λ, die den einzelnen Ringen entsprechen, in Tabelle 15 gegeben. Die Werte von α_λ sind für jeden Ring angegeben, diejenigen von β_λ und γ_λ nur für je 3 Ringe zusammen (ausgenommen bei den letzten Ringen, wo sich β_λ stark ändert).

Die Werte von α_λ für λ 6000 benötigen wir nicht; der Wert von β_λ für λ 7600 ist durchwegs gleich 1. Die Unstetigkeit im Verlauf von β_λ zwischen Ring 40 und dem Stück ausser Netz kommt daher, weil die obere Grenze der Ozonschicht sich in den 40. Ring abbildet.

Die Berechnung von (15) ist in drei Schritten gemacht worden:

1) unter der Annahme $\beta_\lambda = \gamma_\lambda = 1$, d. h. unter Vernachlässigung der Absorption: für die Wellenlänge λ 6400 ist die Spezialform (16) gebraucht worden. Jeder Netzsektor ist dabei einzeln berücksichtigt worden, so dass dieser erste Schritt am genauesten durchbearbeitet wurde;

2) unter der Annahme $\gamma_\lambda = 1$, d. h. bloss unter Vernachlässigung der Wasserdampfabsorption. Da die Ozonabsorption nicht so genau bekannt ist wie die allgemeine atmosphärische Diffusion, war es genügend, je drei aufeinanderfolgende Ringe zusammenzunehmen und wie einen Ring zu behandeln, ausgenommen bei den obersten Ringen, wo die Ozonabsorption sich rasch ändert (vgl. Tab. 15);

3) mit Berücksichtigung aller Absorptionen, wobei ebenfalls je drei aufeinanderfolgende Ringe zusammengezogen wurden.

Nachdem diese Rechnungen in den Wellenlängen λ 5200, 6400 und 7600 gemacht worden waren, zeigte es sich, dass es

Tabelle 15.

Ring	Werte von α_λ, β_λ, γ_λ.									
	α_λ			β_λ			γ_λ			
	λ5200	6400	7600	5200	6000	6400	5200	6000	6400	7600
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	0,013	0,139	0,357	—	—	—	—		—	—
3	,016	,154	,376	0,75	0,55	0,71	0,41	0,51	0,56	0,65
4	,020	,170	,395							
5	,024	,186	,414	,75	,55	,71	,49	,58	,62	,71
6	,029	,202	,433							
7	,035	,219	,452							
8	,042	,236	,470	,75	,54	,71	,60	,67	,71	,78
9	,049	,254	,489							
10	,057	,274	,508							
11	,067	,293	,526	,74	,53	,70	,70	,76	,79	,84
12	,078	,313	,545							
13	,090	,334	,563							
14	,102	,355	,581	,74	,53	,70	,78	,83	,85	,89
15	,116	,376	,599							
16	,131	,398	,617							
17	,148	,419	,634	,73	,52	,69	,85	,88	,90	,93
18	,166	,442	,652							
19	,186	,465	,670							
20	,207	,488	,688	,73	,51	,69	,93	,94	,95	,97
21	,230	,512	,705							
22	,255	,537	,723							
23	,282	,562	,740	,72	,50	,68	1,00	1,00	1,00	1,00
24	,310	,587	,757							
25	,340	,613	,774							
26	,373	,638	,791	,71	,49	,67	1,00	1,00	1,00	1,00
27	,407	,665	,808							
28	,443	,691	,824							
29	,480	,717	,840	,70	,48	,66	1,00	1,00	1,00	1,00
30	,519	,743	,856							
31	,561	,769	,872							
32	,605	,796	,888	,69	,46	,64	1,00	1,00	1,00	1,00
33	,651	,822	,903							
34	,698	,849	,919							
35	,747	,875	,933	,66	,42	,61	1,00	1,00	1,00	1,00
36	,796	,902	,947							
37	,845	,926	,961	,61	,36	,56				
38	,894	,951	,974	,57	,31	,51	1,00	1,00	1,00	1,00
39	,942	,974	,986	,44	,18	,38				
40	,984	,993	,997	,35	,13	,30				
ausser Netz	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

wünschenswert sei, auch die Verhältnisse in der Wellenlänge 6000, die ungefähr der Maximalabsorption des Ozons entspricht, zu kennen, um die Interpolation auf andere Wellenlängen leichter und sicherer zu gestalten. Zu diesem Zweck wurden die aus

dem ersten Schritt erhaltenen Lichtmengen der Komplexe von je drei aufeinanderfolgenden Ringen mit zweiten Differenzen auf die Wellenlänge λ 6000 interpoliert, und dann wurden in genau gleicher Weise wie bei den anderen Wellenlängen die Werte von Q'_λ in allen drei Schritten auch für diese Wellenlänge ermittelt.

Der Rechnungsgang soll an einem Beispiel erläutert werden. In der folgenden Tabelle 16 sind für den Schattenpunkt I und die Wellenlänge 5200 die Daten betr. die Ringe 25—27 zusammengestellt. Links stehen die völlig wirksamen Sektoren; zu jedem Sektor eines jeden Ringes sind die Werte von J_λ angegeben, darunter ihre Summe für jeden Ring, das entsprechende $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\alpha_\lambda\,\Delta F$ (wegen ΔF vgl. S. 235), sowie $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\alpha_\lambda\,\Delta F\,\Sigma J_\lambda = V$. Rechts stehen die teilweise wirksamen Sektoren: der Wert von $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F$ sowie J_λ und $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F\,J_\lambda$ eines jeden Sektors sind

Tabelle 16.

Beispiel der Berechnung an einzelnen Ringen.

Schritt I. Schattenpunkt I, Wellenlänge λ 5200.

völlig wirksame Sektoren			
Ring	25	26	27
1	0,885	0,860	0,830
2	,885	,854	,830
3	,880	,854	,824
4	,875	,848	,817
5	,865	,842	,811
6	,860	,830	,804
7	,848	,817	,790
8	,830	,804	,775
9	,817	,790	,759
10	,797	,775	,741
11	,775	,750	,718
12	,750	,728	,697
13	,723	,697	,662
14	,692	,662	,626
15	,648	,618	,575
16	,593	,555	,511
17	,511		
ΣJ_λ	13,234	12,284	11,770
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\alpha_\lambda\,\Delta F$	33,28	35,08	36,73
V	440,4	430,8	432,3
T	10,5	23,1	13,0
$L = V + T$	450,9	453,9	445,3
L	1350,1		

teilweise wirksame Sektoren			
Ring	25	26	27
Sektor	18	17	17
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F$	67	97	64
J_λ	,456	,489	,467
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F J_\lambda$	30,6	47,4	29,9
Sektor	19	18	18
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F$	1	32	6
J_λ	,423	,445	,434
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F J_\lambda$	0,4	14,2	2,6
Sektor	—	—	—
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F$	—		
J_λ	–		
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Delta F J_\lambda$	—	—	
$\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Sigma\Delta F J_\lambda$	31	62	32
α_λ	,340	,373	,407
T	10,5	23,1	13,0

Schritt II.

Ring	25—27
L	1350
β_λ	0,71
L'	958

Schritt III.

Ring	25—27
L'	958
γ_λ	1
L''	958

gegeben, dann $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\Sigma\,\Delta F\,J_\lambda$ und zuunterst $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\,\alpha_\lambda\,\Sigma\,J_\lambda\,\Delta F = T$, das links übertragen wird. $L = V + T$ ist dann die Gesamtlichtmenge aus einem jeden Ring, die dem oben erwähnten ersten Schritt entspricht. Der zweite Schritt ist im folgenden kleineren Schema angedeutet, indem die drei Ringe in ein Komplex zusammengenommen werden und $L' = \beta_\lambda\,L$ berechnet wird; der dritte Schritt ist in analoger Weise im letzten kleinen Schema gezeigt, indem $L'' = \gamma_\lambda\,L'$ berechnet wird. Die Summen aller solchen Lichtmengen L'' aus einzelnen Ringen oder Ringkomplexen liefert dann Q'_λ.

In den Tabellen 17, 18 und 19 sind in gedrängter Form die Resultate für die gewählten Schattenpunkte gegeben. Für jeden Schritt der Rechnung, jede Wellenlänge und jeden Schattenpunkt sind die Lichtmengen aus jedem Komplex von drei Ringen bis Ring 36, darüber aus jedem einzelnen Ring gegeben, sowie ihre Summen Q'_λ. Die mit „ausser Netz" bezeichneten Lichtmengen stammen aus demjenigen Sonnenteil, der beim IV. Schattenpunkt über dem äussersten Ring des Netzes hinausragt (vgl. S. 244).

Die Werte von Q'_λ beziehen sich auf $\frac{(206265)^2}{50}$ Flächeneinheiten (vgl. S. 233). Statt die Lichtmengen auf eine willkürlich gewählte Einheit zu beziehen, ist es zweckmässiger, relative Lichtmengen zu berechnen, in der Weise, dass man das Verhältnis der Helligkeit Q'_λ des Schattenelements dq zur Helligkeit Q''_λ, die das Element erhalten würde, wenn das Licht der Sonne keine Schwächung erlitte, bildet.

Zerlegen wir, vom Schattenpunkt aus gesehen, die Sonne in eine Anzahl konzentrischer Zonen, deren Winkelbreite $\Delta\varrho$ und deren mittlerer Winkelabstand von der Sonnenmitte ϱ_m sei; findet keine Schwächung (und auch keine Brechung) statt, so ist die auf die Flächeneinheit fallende Lichtmenge gegeben durch

Tabelle 17.

Lichtmengen.

Schritt I: Reine, von selektiven Absorptionen freie Atmosphäre.

Wellenlänge λ 5200					Wellenlänge λ 6000				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	3	–	–	–	Ring 1– 3	19	–	–	–
4– 6	60	32	9	–	4– 6	322	174	49	–
7– 9	138	113	84	47	7– 9	569	470	353	200
10–12	252	227	197	161	10–12	834	756	658	542
13–15	390	370	341	305	13–15	1066	1012	937	840
16–18	623	615	593	556	16–18	1447	1427	1375	1292
19–21	897	920	920	895	19–21	1782	1835	1834	1784
22–24	1165	1252	1300	1310	22–24	2057	2197	2272	2284
25–27	1350	1555	1693	1773	25–27	2142	2440	2636	2749
28–30	1457	1894	2213	2429	28–30	2116	2701	3121	3397
31–33	1198	2219	2947	3469	31–33	1634	2925	3813	4434
34–36	55	2109	4108	5502	34–36	73	2642	4963	6526
37	–	77	1754	2786	37	–	90	2047	3169
38	–	–	1920	3618	38	–	–	2220	4050
39	–	–	2010	5410	39	–	–	2330	5980
40	–	–	435	11725	40	–	–	499	12826
ausser N.	–	–	–	57424	ausser N.	–	–	–	63923
Q'_λ	7588	11383	20524	97410	Q'_λ	14061	18669	29107	113996

Wellenlänge λ 6400					Wellenlänge λ 7600				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	31	–	–	–	Ring 1– 3	83	–	–	–
4– 6	489	264	74	–	4– 6	1140	616	173	–
7– 9	814	674	508	289	7– 9	1664	1389	1055	606
10–12	1135	1030	899	742	10–12	2083	1894	1663	1382
13–15	1391	1321	1225	1099	13–15	2320	2206	2050	1847
16–18	1823	1796	1732	1629	16–18	2810	2766	2668	2514
19–21	2174	2236	2234	2173	19–21	3158	3217	3206	3118
22–24	2435	2596	2680	2694	22–24	3301	3500	3603	3614
25–27	2469	2802	3021	3146	25–27	3180	3576	3834	3980
28–30	2383	3026	3482	3782	28–30	2947	3691	4207	4546
31–33	1813	3208	4157	4813	31–33	2195	3782	4835	5544
34–36	79	2855	5304	6929	34–36	97	3284	5980	7701
37	–	99	2167	3324	37	–	116	2417	3629
38	–	–	2346	4224	38	–	–	2616	4578
39	–	–	2460	6200	39	–	–	2750	6680
40	–	–	531	13312	40	–	–	596	14387
ausser N.	–	–	–	66679	ausser N.	–	–	–	72887
Q'_λ	17036	21907	32820	121035	Q'_λ	24978	30037	41653	137013

Tabelle 18.

Lichtmengen (Fortsetzung).

Schritt II: Reine Atmosphäre + Ozon.

Wellenlänge λ 5200					Wellenlänge λ 6000				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	0	–	–	–	Ring 1– 3	11	–	–	–
4– 6	47	27	5	–	4– 6	177	97	27	–
7– 9	103	85	63	36	7– 9	308	253	191	107
10–12	187	169	146	120	10–12	442	401	350	286
13–15	289	275	253	226	13–15	566	538	496	445
16–18	455	449	434	404	16–18	753	743	713	673
19–21	654	672	672	654	19–21	910	934	934	910
22–24	836	901	933	946	22–24	1030	1098	1134	1143
25–27	958	1108	1200	1257	25–27	1049	1196	1294	1348
28–30	1016	1327	1546	1697	28–30	1014	1296	1498	1630
31–33	827	1534	2032	2395	31–33	750	1347	1752	2038
34–36	44	1391	2712	3637	34–36	29	1113	2085	2740
37	–	52	1075	1703	37	–	30	744	1144
38	–	–	1092	2052	38	–	–	690	1248
39	–	–	880	2380	39	–	–	410	1080
40	–	–	161	9037	40	–	–	64	8986
ausser N.	–	–	–	57424	ausser N.	–	–	–	63923
Q'_λ	5416	7990	13204	83968	Q'_λ	7039	9046	12382	87701

Wellenlänge λ 6400					Wellenlänge λ 7600				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	20	–	–	–	Ring 1– 3	83	–	–	–
4– 6	348	189	55	–	4– 6	1140	616	173	–
7– 9	580	477	362	205	7– 9	1664	1389	1055	606
10–12	794	722	630	521	10–12	2083	1894	1663	1382
13–15	974	924	857	769	13–15	2320	2206	2050	1847
16–18	1256	1241	1193	1126	16–18	2810	2766	2668	2514
19–21	1502	1546	1540	1502	19–21	3158	3217	3206	3118
22–24	1659	1762	1823	1830	22–24	3301	3500	3603	3614
25–27	1655	1876	2023	2110	25–27	3180	3576	3834	3980
28–30	1576	1996	2297	2495	28–30	2947	3691	4207	4546
31–33	1157	2058	2662	3082	31–33	2195	3782	4835	5544
34–36	55	1745	3234	4220	34–36	97	3284	5980	7701
37	–	47	1204	1853	37	–	116	2417	3629
38	–	–	1194	2142	38	–	–	2616	4578
39	–	–	950	2360	39	–	–	2750	6680
40	–	–	145	10112	40	–	–	596	14387
ausser N.	–	–	–	66679	ausser N.	–	–	–	72887
Q'_λ	11576	14583	20169	101006	Q'_λ	24978	30037	41653	137013

Tabelle 19.

Lichtmengen (Fortsetzung).

Schritt III: Reine Atmosphäre + Ozon + Wasserdampf.

Wellenlänge λ 5200					Wellenlänge λ 6000				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	0	–	–	–	Ring 1– 3	7	–	–	–
4– 6	24	14	3	–	4– 6	102	57	17	–
7– 9	61	50	36	22	7– 9	205	169	128	73
10–12	130	118	101	84	10–12	337	305	265	219
13–15	224	215	197	178	13–15	468	448	413	368
16–18	386	381	369	345	16–18	665	653	629	592
19–21	610	625	625	610	19–21	858	880	880	858
22–24	836	901	933	946	22–24	1030	1098	1134	1143
25–27	958	1108	1200	1257	25–27	1049	1196	1294	1348
28–30	1016	1327	1546	1697	28–30	1014	1296	1498	1630
31–33	827	1534	2032	2395	31–33	750	1347	1752	2038
34–36	44	1391	2712	3637	34–36	29	1113	2085	2740
37	–	52	1075	1703	37	–	30	744	1144
38	–	–	1092	2052	38	–	–	690	1248
39	–	–	880	2380	39	–	–	410	1080
40	–	–	161	9037	40	–	–	64	8986
ausser N.	–	–	–	57424	ausser N.	–	–	–	63923
Q'_λ	5116	7716	12962	83767	Q'_λ	6514	8592	12003	87390

Wellenlänge λ 6400					Wellenlänge λ 7600				
Schatten-punkt	I	II	III	IV	Schatten-punkt	I	II	III	IV
Ring 1– 3	12	–	–	–	Ring 1– 3	55	–	–	–
4– 6	217	117	36	–	4– 6	810	438	126	–
7– 9	413	341	256	145	7– 9	1297	1081	824	473
10–12	626	569	498	412	10–12	1749	1592	1396	1159
13–15	826	785	729	653	13–15	2066	1965	1826	1645
16–18	1128	1115	1071	1014	16–18	2610	2572	2480	2337
19–21	1429	1467	1459	1429	19–21	3066	3119	3112	3026
22–24	1659	1762	1823	1830	22–24	3301	3500	3603	3614
25–27	1655	1876	2023	2110	25–27	3180	3576	3834	3980
28–30	1576	1996	2297	2495	28–30	2947	3691	4207	4546
31–33	1157	2058	2662	3082	31–33	2195	3782	4835	5544
34–36	55	1745	3234	4220	34–36	97	3284	5980	7701
37	–	47	1204	1853	37	–	116	2417	3629
38	–	–	1194	2142	38	–	–	2616	4578
39	–	–	950	2360	39	–	–	2750	6680
40	–	–	145	10112	40	–	–	596	14387
ausser N.	–	–	–	66679	ausser N.	–	–	–	72887
Q'_λ	10753	13878	19581	100536	Q'_λ	23373	28716	40602	136186

$$Q_\lambda^0 = 2\pi \sum_0^R J_\lambda \varrho_m \Delta\varrho;$$

die auf $\frac{(206265)^2}{50}$ Einheiten fallende Lichtmenge $Q_\lambda^{0\prime}$ wird gleich:

$$Q_\lambda^{0\prime} = \frac{(206265)^2}{50} 2\pi \sum_0^R J_\lambda \varrho_m \Delta\varrho$$

Die zur Berechnung von $Q_\lambda^{0\prime}$ gewählte Einteilung ist nachstehend angegeben; die Abstände ϱ_m, $\Delta\varrho$ sind in Bruchteilen des Sonnenradius R ausgedrückt.

Tabelle 20.

Zone	ϱ_m	$\Delta\varrho$
1	0,10	0,20
2	0,30	0,20
3	0,45	0,10
4	0,55	0,10
5	0,65	0,10
6	0,75	0,10
7	0,825	0,05
8	0,875	0,05
9	0,925	0,05
10	0,975	0,05

Die zugehörigen J_λ folgen aus Tabelle 12 im II. Abschnitt.

Gemäss obiger Gleichung wurde der Wert von $Q_\lambda^{0\prime}$ für jede Wellenlänge ermittelt; es ergab sich:

Tabelle 21.

λ	$Q_\lambda^{0\prime}.10^{-2}$
5200	45154
6000	46809
6400	47489
7600	48945

In Tabelle 22 sind schliesslich alle Werte von

$$\log \frac{Q_\lambda'}{Q_\lambda^{0\prime}} = \log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$$

in allen Schattenpunkten und Wellenlängen zusammengestellt. χ bedeutet den Abstand des Schattenpunktes vom Schattenzentrum.

Tabelle 22.

Werte von $\log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$.

Wellenlänge	Schritt	Schattenpunkt I $\chi = 2231''$	Schattenpunkt II $\chi = 2351''$	Schattenpunkt III $\chi = 2471''$	Schattenpunkt IV $\chi = 2591''$
λ 5200	I	7,2254	7,4015	7,6576	8,3339
	II	7,0790	7,2478	7,4660	8,2694
	III	7,0542	7,2327	7,4580	8,2684
λ 6000	I	7,4777	7,6008	7,7937	8,3866
	II	7,1772	7,2862	7,4225	8,2727
	III	7,1435	7,2638	7,4090	8,2712
λ 6400	I	7,5548	7,6639	7,8395	8,4063
	II	7,3869	7,4873	7,6281	8,3277
	III	7,3549	7,4657	7,6152	8,3257
λ 7600	I	7,7078	7,7879	7,9298	8,4469
	II	7,7078	7,7879	7,9298	8,4469
	III	7,6789	7,7683	7,9187	8,4444

IV. Abschnitt.

Diskussion.

Die am Schluss des III. Abschnitts gegebenen Werte von $\log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$ stellen die Beleuchtungsverhältnisse in der Nähe der Erdschattengrenze dar. Bildet man die Differenzen der Werte $\log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$, die zwischen den einzelnen Schattenpunkten bestehen, so zeigt sich in allen Schritten und in allen Wellenlängen eine verhältnismässig kleine Zunahme beim Übergang von Punkt I zu II oder von Punkt II zu III gegenüber der Zunahme von Punkt III zu IV, wie aus Tabelle 23 ersichtlich ist.

Die Änderung der Differenzen ist so gross, dass von einer Diskontinuität im Schattenpunkt III gesprochen werden kann.

Den Einfluss, den der Ozon- und Wasserdampfgehalt der Atmosphäre ausübt, erkennt man bei der Vergleichung der einzelnen Schritte. Während sich die (relativ geringe) schwächende Wirkung des Wasserdampfes in allen Wellenlängen und in allen Schattenpunkten bemerkbar macht, wie die dem

Tabelle 23.

Differenzen der Werte $\log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$.

Wellenlänge	Uebergang / Schritt	I zu II	II zu III	III zu IV
λ 5200	I	0,18	0,26	0,68
	II	0,17	0,22	0,80
	III	0,18	0,22	0,81
λ 6000	I	0,12	0,19	0,59
	II	0,11	0,14	0,85
	III	0,12	0,14	0,86
λ 6400	I	0,11	0,18	0,57
	II	0,10	0,14	0,70
	III	0,11	0,15	0,71
λ 7600	I	0,08	0,14	0,52
	II	0,08	0,14	0,52
	III	0,09	0,15	0,52

Schritt II und III entsprechenden Zahlen zeigen, wechselt der Einfluss des Ozons, der sehr bedeutend ist, stark; er ist am stärksten ausgeprägt einerseits in der Wellenlänge λ 6000, wie zu erwarten ist, und andererseits im Schattenpunkt III.

Vergleicht man ferner die einem bestimmten Schritt und einem bestimmten Schattenpunkt entsprechenden Werte von $\log \frac{Q_\lambda}{Q_\lambda^0}$ (Tab. 22), so sieht man, dass diese im allgemeinen mit der Wellenlänge wachsen.

Die Zahlen, die aus dem III. Abschnitt resultieren, erlauben auch, die Integralhelligkeit abzuschätzen und diese umzurechnen in die subjektive Helligkeit, nach welcher das Auge die Lage der Schattengrenze beurteilt. Hiezu müssen zunächst die Werte Q_λ' und $Q_\lambda^{0\prime}$ auf eine einheitliche Energieskala bezogen werden. Unserer Rechnung liegen die Intensitäten J_λ zu Grunde, welche von der Sonne ausgestrahlt werden; sie beziehen sich auf die von der Sonnenmitte ausgestrahlte Energie als Einheit, und sind deshalb noch mit Faktoren g_λ zu multiplizieren, welche das Verhältnis der den einzelnen Wellenlängen entsprechenden absoluten Energien zum Ausdruck bringen. Nach Abbot[1]) hat man folgende Werte dieser Faktoren anzunehmen.

[1]) Smithsonian Annals, vol. III, p. 159.

Tabelle 24.

λ	g_λ
5200	1,318
6000	1,108
6400	1,000
7600	0,693

Die Werte von $Q'_\lambda g_\lambda$ und $Q''_\lambda g_\lambda$ interpolieren wir graphisch im Bereich λ 5200 bis 6400 von 200 zu 200 Ångströmeinheiten und bilden dann das Mittel dieser 7 Einzelwerte (vgl. Tab. 25). Bezeichnen wir diese Mittelwerte mit $g_\lambda Q'_\lambda$ resp. $g_\lambda Q''_\lambda$, so ist $\log \frac{g_\lambda Q'_\lambda}{g_\lambda Q''_\lambda}$ der Logarithmus der objektiven Integralhelligkeit innerhalb des Spektralgebietes, das ungefähr der grössten Empfindlichkeit des Auges entspricht (vgl. Tab. 27).

Tabelle 25.

Interpolierte Werte $g_\lambda Q'_\lambda$ und $g_\lambda Q''_\lambda$

Wellenlänge λ	Schritt I $g_\lambda Q'_\lambda$ Schattenpunkt I	II	III	IV	Schritt III $g_\lambda Q'_\lambda$ Schattenpunkt I	II	III	IV	$g_\lambda Q''_\lambda 10^{-2}$
5200	10001	15003	27051	128386	6743	10170	17084	110405	59513
5400	11650	16800	28620	128250	6600	9850	15730	105200	57750
5600	13150	18350	30050	128000	6500	9500	14330	101100	55820
5800	14450	19680	31350	127300	6680	9300	13300	98200	53820
6000	15580	20685	32251	126308	7217	9520	13299	96828	51864
6200	16450	21430	32800	124600	8700	11200	16150	97700	49730
6400	17036	21907	32820	121035	10753	13878	19581	100536	47489
Mittel	14045	19122	30706	126268	7597	10488	15639	101424	53712

Um von den Werten $g_\lambda Q'_\lambda$ und $g_\lambda Q''_\lambda$ zu den subjektiven, vom Auge des Beobachters empfundenen Helligkeiten überzugehen, berücksichtigen wir 1) die Schwächung, welche die vom Mond reflektierten Strahlen auf dem Rückweg in der Erdatmosphäre erleiden, wobei wir den Mond im Zenit des Beobachtungsortes annehmen, und 2) die verschiedene Empfindlichkeit des Auges für die einzelnen Wellenlängen.

Der Schwächung in der Erdatmosphäre wird Rechnung getragen durch Multiplikation mit einem Faktor $A_{\lambda,1}$, der gleich dem Produkt des Transmissionskoeffizienten der reinen Luft und des Transmissionskoeffizienten des Ozons (beide bei zenitaler Richtung genommen) ist, und der Empfindlichkeit des Auges durch Multiplikation mit einem Faktor Φ_λ; die Werte von $A_{\lambda,1}$ leiten wir aus den Seite 227 und 229 gegebenen Daten ab, die Werte Φ_λ entnehmen wir dem Handbuch der Astrophysik, Band II, 1. Hälfte, Seite 360 (K. F. Bottlinger, Kolorimetrie).

Tabelle 26.

λ	$A_{\lambda,1}$	Φ_λ
5200	0,872	0,775
5400	0,875	0,968
5600	0,880	0,984
5800	0,888	0,843
6000	0,899	0,624
6200	0,914	0,395
6400	0,929	0,191

Die mit Hilfe dieser Zahlen sowie der Daten von Tab. 25 gebildeten subjektiven Helligkeitswerte $g_\lambda Q'_\lambda A_{\lambda,1} \Phi_\lambda$ und $g_\lambda Q''_\lambda A_{\lambda,1} \Phi_\lambda$ werden zu Mittelwerten vereinigt, die wir mit $\overline{g_\lambda Q'_\lambda A_{\lambda,1} \Phi_\lambda}$ resp. $\overline{g_\lambda Q''_\lambda A_{\lambda,1} \Phi_\lambda}$ bezeichnen; die Logarithmen des Verhältnisses derselben sind in Tabelle 27 zusammengestellt. Die objektiven Integralhelligkeiten sind sowohl für den Schritt I als III gegeben, die subjektiven nur für den Schritt III. Zum Zweck der Vergleichung sind ferner aufgenommen die objektiven Helligkeiten, welche Seeliger und Hepperger berechnet haben, soweit sie den Arbeiten dieser Autoren für die von uns gewählten Schattenpunkte entnommen werden konnten. Eine graphische Darstellung der Tabelle 27 ist in Fig. 4 gegeben.

Tabelle 27.

Schatten-punkt	χ	objektiv		subjektiv	objektiv	
		Schritt I	Schritt III	Schritt III	Hepperger	Seeliger
I	2231″	7,417	7,150	7,108	7,058	—
II	2351	7,551	7,291	7,259	7,285	6,850
III	2471	7,757	7,464	7,439	7,610	7,218
IV	2591	8,371	8,276	8,268	8,472	8,094

Der Radius des geometrischen Kernschattens, nach der Formel auf Seite 1 berechnet, ergibt sich zu 2466″; vergrössert man diese Zahl um 2%, wodurch man erfahrungsgemäss auf die wirkliche Schattengrenze kommt, so erhält man 2515″; die entsprechenden Stellen sind in Fig. 4 angegeben. Der hiezu verwendete Wert der Mondparallaxe (auf 45° geogr. Breite reduziert) beträgt 56′ 57″,0, die Sonnenparallaxe und der Sonnenradius sind zu 8″,80 resp. 15′ 59″,6 angenommen worden.

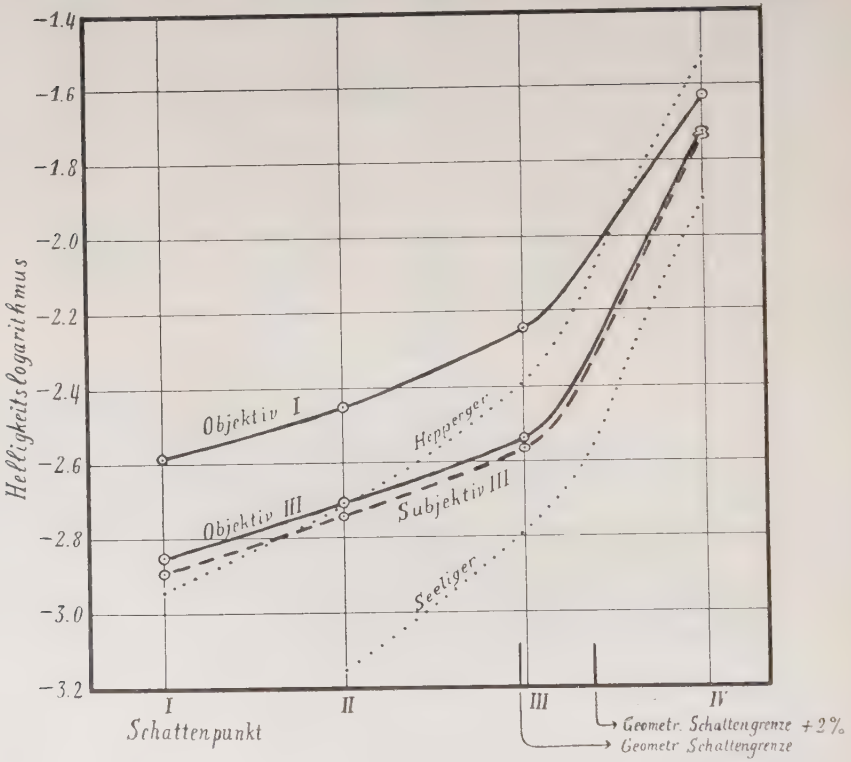

Fig. 4.

Vergleicht man zunächst die Kurve unserer Berechnung, in welcher nur der Schwächung durch die reine Atmosphäre Rechnung getragen ist (Kurve: objektiv I) mit den Kurven SEELIGER's und HEPPERGER's, so zeigen alle drei Kurven in der Nähe des Schattenpunktes III eine allmähliche Neigungsänderung von ungefähr gleichem Betrag. Unwesentlich ist, dass unsere Kurve höher liegt und somit eine grössere Helligkeit anzeigt als die Kurven SEELIGER's und HEPPERGER's; dieser

Unterschied wird dadurch erklärt, dass die zwei früheren Autoren durchschnittliche Transmissionskoeffizienten benützt haben, die etwas kleiner sind als die von uns verwendeten Transmissionskoeffizienten der reinen Atmosphäre. Eine bedeutend stärkere Neigungsänderung beim Schattenpunkt III, die schon mehr den Charakter einer Diskontinuität aufweist, zeigt dagegen diejenige Kurve unserer Berechnung (Kurve: objektiv III), in welcher die Absorption des Ozons und des Wasserdampfs berücksichtigt ist. Dieser Kurve läuft diejenige, welche die subjektive Helligkeit darstellt (Kurve: subjektiv III) durchwegs fast parallel; die Neigungsänderung im Punkte III wird durch die auf dem Rückweg stattfindende Schwächung nicht verflacht.

Unsere Untersuchung ergibt somit, dass sich der Schatten nach aussen hin langsam aufhellt bis zum Punkte III und dass von diesem Punkte oder von einer etwas ausserhalb desselben liegenden Stelle an die Helligkeit stark ansteigt. Die Stelle der stärksten Helligkeitsänderung lässt sich unserer Rechnung nur auf etwa $\pm \frac{1}{2}'$ entnehmen, da die Schattenpunkte, deren Helligkeit berechnet ist, je $2'$ voneinander abstehen; doch ergibt sich mit Sicherheit, dass die Stelle der stärksten Helligkeitsänderung einerseits nicht innerhalb des Schattenpunktes III ($\chi_{III} = 2471''$) liegt und andererseits nicht auf einen Punkt verlegt werden kann, der eine grössere Entfernung als $\frac{1}{2}(\chi_{III} + \chi_{IV})$ hat. Die empirische Schattengrenze fällt auf die Entfernung $2515''$, d. i. $\chi_{III} + 44''$.

Wenn eine eingehendere Berechnung ergäbe, dass die stärkste Helligkeitsänderung mit dem Punkt III zusammenfällt, was nicht wahrscheinlich ist, so müsste man zur Erklärung der Lage der empirischen Schattengrenze mit SEELIGER annehmen, dass das Auge infolge von Kontrastwirkungen die Grenze nach aussen, gegen die helleren Gebiete hin, verlegt.

Ob neben dem Ozon auch der Wasserdampf zur Entstehung der starken Helligkeitsänderung in der Nähe des Schattenpunktes III beiträgt, lässt sich der Fig. 4 nicht entnehmen; trägt man aber die Zahlen in den einzelnen Wellenlängen (nach Tab. 22, von λ 5200 bis λ 6400) auf, so sieht man, dass von diesen Atmosphärenbestandteilen nur das Ozon erheblich mitwirkt, und dass der Wasserdampf keine merkliche Rolle spielt. Der Einfluss des Ozons ist so gross, dass er auch in der Kurve der Integralhelligkeit nicht verwischt wird.

Es ergibt sich somit, dass *die objektive Schattengrenze einerseits auf die in der reinen Atmosphäre stattfindende Refrak-*

tion und Diffusion und andererseits auf die Absorption der Ozonschicht in 45 bis 50 km Höhe zurückzuführen ist.

Zusammenfassung.

Schon früher haben Seeliger, Hepperger u. a. die Helligkeitsverteilung des Erdschattens auf dem Mond in der Nähe der Schattengrenze untersucht, indem sie die Schwächung, welche das Licht der Sonne beim Durchgang durch die Erdatmosphäre erfährt, in pauschaler Weise in Rechnung zogen. Es ergab sich dabei keine besonders ausgesprochene Umbiegung der Helligkeitskurve in der Nähe der Schattengrenze. In der vorliegenden Arbeit wird der Verlauf der Helligkeit in einzelnen Wellenlängen berechnet; dadurch wird es möglich, die Besonderheiten der Zusammensetzung der Atmosphäre zu berücksichtigen und neben der allgemeinen Schwächung durch Diffusion auch die durch den Ozon- und Wasserdampfgehalt der Atmosphäre verursachte Absorption in Rechnung zu stellen.

Die Berechnung wird für 4 Schattenpunkte, welche die Abstände $\chi = 2231''$, $2351''$, $2471''$, $2591''$ von der Schattenaxe haben, in den Wellenlängen $\lambda = 5200$, 6000, 6400, 7600 Å. E. durchgeführt; die Mondparallaxe (äquatorial) ist zu $57' 2''{,}7$, die Sonnenparallaxe zu $8''{,}8$, der Sonnenradius zu $15' 59''{,}6$ angenommen. Aus den berechneten Helligkeiten der einzelnen Wellenlängen werden durch graphische Interpolation die Integralhelligkeiten abgeleitet und diese auf die subjektiven Helligkeiten in der Zenitstellung des Mondes umgerechnet.

Sowohl die objektiven als subjektiven Helligkeiten lassen erkennen, dass sich in der Nähe des Schattenpunktes III ($\chi_{III} = 2471''$) der Schatten plötzlich stark aufhellt. Diese starke Änderung zeigt sich schon einigermassen im Verlauf der Kurve, welche die Abhängigkeit der Helligkeit von der allgemeinen Schwächung allein zum Ausdruck bringt; sie wird aber besonders auffällig, wenn der Einfluss der Ozonabsorption berücksichtigt wird. Als unterer Grenzwert des entsprechenden Schattenradius ist die Entfernung $\chi_{III} = 2471''$ zu betrachten; als oberer Grenzwert $\frac{1}{2}(\chi_{III} + \chi_{IV}) = 2531''$. Das Auge verlegt erfahrungsgemäss die Schattengrenze auf eine Entfernung von $2515''$.

Astronomisch-meteorologische Anstalt der Universität Basel.

Manuskript eingegangen am 29. Oktober 1931.

Curriculum vitae.

Ich, Maxime Guillaume Walter de Saussure, wurde am 9. September 1901 in Zürich geboren als Sohn des Dr. René de Saussure von Genf und seiner Gattin Viola Heer von Zürich und Glarus. Nach der Primarschule besuchte ich das freie Gymnasium in Bern, wo ich im Herbst 1921 die Maturität bestand. Nun widmete ich mich dem Studium der Astronomie, Physik, Mathematik und Geographie, und zwar auf der Universität Bern von Herbst 1921 bis Frühjahr 1923 und von Herbst 1923 bis Frühjahr 1925; dazwischen im Sommersemester 1923 auf der Universität Zürich. Seit Frühjahr 1925 setzte ich meine Studien an der hiesigen Universität fort. Die vorliegende Arbeit begann ich Ende 1926 unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Th. Niethammer. Ich bekam Gelegenheit, mich der Greenwicher Sonnenfinsternisexpedition nach Nordengland im Juni 1927 anzuschliessen (s. Publ. Nr. 4).

Ich besuchte Vorlesungen, Übungen und Seminarien der folgenden Herren Dozenten:

In Bern: Crelier, Forster, Gonseth, Gruner, Koestler, Kohlschütter, Mauderli, Nussbaum, Zeller.

In Zürich: Kiefer, Lipps, Speiser, Wolfer, Wreschner.

In Basel: Hagenbach, Hassinger, Jaeger, Niethammer, Spiess, Veillon, Zickendraht.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinen verehrten Lehrern zu danken für die vielfache Anregung und Belehrung, die ich von ihnen erhalten habe. Insbesondere möchte ich Herrn Prof. Niethammer meinen herzlichen Dank aussprechen für das stets fördernde Interesse, das er mir während meiner Arbeit entgegenbrachte.

Meine Publikationen:

1. La variable R Coronae Borealis. *Bulletin de la Soc. Astr. de France*, 1922, p. 90.
2. L'opposition de Mars en 1924. (Gemeinsam mit Prof. R. Gautier, E. Schaer, A. Koelliker, P. Rossier.) *Arch. des sciences phys. et nat.*, (5) 7, 1925, p. 85.
3. Partielle Verfinsterung des zweiten Jupitermondes im Schatten des vierten. *Astr. Mitteilungen der Eidg. Sternwarte in Zürich*, Nr. CXVI, p. 221.
4. Beobachtung der totalen Sonnenfinsternis 1927 Juni 29. *Astronom. Nachrichten*, Bd. 231, Kol. 383. S. auch *Arch. des sciences phys. et nat.*, (5) 10, 1928, p. 85.